

ДИДАКТИЧЕСКИЕ  
МАТЕРИАЛЫ  
ПО ИНФОРМАТИКЕ

## Оглавление

Оглавление.....	2
<b>Глава 2 Количество информации. Кодирование информации.....</b>	<b>3</b>
Основные понятия.....	3
Количество информации как мера уменьшения неопределённости знаний (содержательный подход).....	3
Определение количества информации, представленной с помощью знаковой системы (алфавитный подход).....	3
Задачи и упражнения.....	5
Кодирование текстовой информации.....	6
Кодирование графической информации.....	6
Кодирование звуковой информации.....	8
Скорость информационного потока.....	8
<b>Глава 3 Системы счисления.....</b>	<b>10</b>
Основные понятия.....	10
Перевод из десятичной системы счисления.....	10
Правила перевода чисел в десятичную систему счисления.....	11
Перевод двоичных чисел в восьмеричную (шестнадцатеричную) систему и обратно.....	11
Арифметические операции в позиционных системах счисления.....	12
Представление целых чисел в компьютере.....	13
Задачи и упражнения.....	14
<b>Глава 4 Основы логики и логические основы компьютера.....</b>	<b>16</b>
Основные понятия.....	16
Логические операции и таблицы истинности.....	16
Построение таблиц истинности для сложных выражений:.....	17
Основные законы алгебры логики.....	17
Базовые логические элементы компьютера.....	18
Задачи и упражнения.....	19
Логические задачи.....	21
Составьте логическое выражение по схеме.....	24
<b>Глава 5 Задачи и упражнения по программированию.....</b>	<b>26</b>
Использование переменных.....	26
Команды ввода и вывода.....	26
Стандартные функции.....	27
Целые числа.....	27
Простые и составные условия.....	28
Ветвление и циклы.....	30
Оператор цикла For.....	31
Оператор цикла While, Repeat...until.....	32
Алгоритмы с повторениями.....	33
Одномерный массив.....	34
Двумерный массив.....	34

### Основные понятия

#### Количество информации как мера уменьшения неопределённости знаний (содержательный подход)



*Количество информации можно рассматривать как меру уменьшения неопределенности знания при получении информационных сообщений.*

Рассмотренный выше подход к информации как мере уменьшения неопределенности знания позволяет количественно измерять информацию. Существует формула, которая связывает между собой  $N$  – количество возможных информационных сообщений и  $i$  – количество информации, которое несет полученное сообщение:

$$N=2^i$$

*За единицу количества информации принимается такое количество информации, которое содержится в информационном сообщении, уменьшающем неопределенность знания в два раза. Такая единица названа **битом**.*

#### Определение количества информации, представленной с помощью знаковой системы (алфавитный подход)

*При передаче и хранении информации с помощью различных технических устройств информацию следует рассматривать как **последовательность знаков** (цифр, букв, кодов цветов точек изображения), не рассматривая ее содержание.*

**Алфавит** – набор символов знаковой системы.

$N$  – **мощность** алфавита – полное число символов алфавита.

$K$  – количество знаков в сообщении.

$i$  – информационный вес одного знака, бит.

$I$  – вес всего сообщения, *бит, байт, Кбайт, Мбайт, Гбайт.*

*Количество информации, которое содержит сообщение, закодированное с помощью знаковой системы, равно количеству информации, которое несет один знак, умноженному на число знаков в сообщении.*

$$I=K \times i$$

$$N=2^i$$

**Кодирование** – это операция преобразования знаков или групп знаков одной знаковой системы в знаки или группы знаков другой знаковой системы.

#### Кодирование информации

Обозначение	Единицы измерения	Виды информации		
		Текстовая	Графическая	Звуковая
$N$	–	мощность алфавита	количество цветов в палитре	количество уровней громкости
$i$	бит	информационный вес одного символа	глубина цвета, битовая глубина	глубина кодирования звука, разрядность
$K$	–	количество	разрешение	частота

		символов в тексте	(количество пикселей изображения)	дискретизации звука – количество измерений громкости звука за одну секунду (Гц)×время(с)
<i>I</i>	бит, байт, Кбайт, Мбайт, Гбайт.	вес (информационный объём) всего сообщения	вес (информационный объём) графического изображения	объём звукового файла

*Компьютерные редакторы работают с алфавитом мощностью 256 символов.*

**Скорость информационного потока  $v$**  – это количество информации, передаваемое от источника к приемнику за единицу времени  $t$ . Скорость выражается в единицах: бит в сек (бит/с), байт в сек (б/с), Кбайт в сек (Кбайт/с) и т.д.

$$I = v \times t$$

**Пропускная способность информационного канала** – это максимальная скорость передачи информации по данному каналу.



## Задачи и упражнения

1. В коробке лежат 7 разноцветных карандашей. Какое количество информации содержит сообщение, что из коробки достали красный карандаш?
2. Какое количество информации несет сообщение: «Встреча назначена на сентябрь».
3. При угадывании целого числа в диапазоне от 1 до  $N$  было получено 7 бит информации. Чему равно  $N$ ?
4. В барабане для розыгрыша лотереи находится 32 шара. Сколько информации содержит сообщение о первом выпавшем номере (например, выпал номер 15)?
5. Группа школьников пришла в бассейн, в котором 4 дорожки для плавания. Тренер сообщил, что группа будет плавать на дорожке номер 3. Сколько информации получили школьники из этого сообщения?
6. В корзине лежат 8 шаров. Все шары разного цвета. Сколько информации несет сообщение о том, что из корзины достали красный шар?
7. Была получена телеграмма: «Встречайте, вагон 7». Известно, что в составе поезда 16 вагонов. Какое количество информации было получено?
8. При угадывании целого числа в некотором диапазоне было получено 6 бит информации. Сколько чисел содержит этот диапазон?
9. Сообщение о том, что ваш друг живет на 10 этаже, несет 4 бита информации. Сколько этажей в доме?
10. Сообщение о том, что Петя живет во втором подъезде, несет 3 бита информации. Сколько подъездов в доме?
11. В школьной библиотеке 16 стеллажей с книгами. На каждом стеллаже 8 полок. Библиотекарь сообщил Пете, что нужная ему книга находится на пятом стеллаже на третьей сверху полке. Какое количество информации библиотекарь передал Пете?
12. \*В корзине лежат 8 чёрных и 24 белых шара. Сколько информации несёт сообщение о том, что достали чёрный шар?
13. \*В корзине лежат 32 клубка шерсти. Среди них 4 красных. Сколько информации несёт сообщение о том, что достали клубок красной шерсти?
14. \*В коробке лежат 64 цветных карандаша. Сообщение о том, что достали белый карандаш, несёт 4 бита информации. Сколько белых карандашей было в коробке?
15. \*В ящике лежат чёрные и белые перчатки. Среди них 2 пары чёрных. Сообщение о том, что из ящика достали пару чёрных перчаток, несёт 4 бита информации. Сколько всего пар перчаток было в ящике?
16. \*В классе 30 человек. За контрольную работу по математике получено 6 пятёрок, 15 четвёрок, 8 троек, 1 двойка. Какое количество информации в сообщении о том, что Иванов получил четвёрку?
17. \*Известно, что в ящике лежат 20 шаров. Из них 10 чёрных, 5 белых, 4 жёлтых и 1 красный. Какое количество информации несут сообщения, что из ящика случайным образом достали чёрный шар, белый шар?
18. \*В течение четверти ученик получил 100 оценок. Сообщение о том, что он получил четвёрку, несёт 2 бита информации. Сколько четвёрок ученик получил за четверть?
19. \*Для ремонта школы использовали белую, синюю и коричневую краски. Израсходовали одинаковое кол-во банок белой и синей краски. Сообщение о том, что закончилась банка белой краски, несёт 2 бита информации. Синей краски израсходовали 8 банок. Сколько банок коричневой краски израсходовали на ремонт школы?
20. \*В корзине лежат белые и чёрные шары. Среди них 18 чёрных шаров. Сообщение о том, что из корзины достали белый шар, несёт 2 бита информации. Сколько всего в корзине шаров?
21. \*В коробке лежат 64 карандаша: синие, белые и зелёные. Сообщение о том, что достали синий и белый карандаши содержит 9 бит информации. Сообщение о том, что достали синий карандаш содержит 4 бита. Сколько зелёных карандашей в коробке?

## **Кодирование текстовой информации**

22. Сколько Кбайт составит сообщение из 384 символов 16-ти символьного алфавита?
23. Сколько Кбайт составляет сообщение, содержащее 12288 бит?
24. Информационное сообщение имеет объём 3 Кбайт. Сколько в нём символов, если размер алфавита, с помощью которого оно было составлено, равен 16.
25. Какова мощность алфавита, с помощью которого записано сообщение, содержащее 2048 символов, если его объём составляет 1/512 часть Мбайта?
26. Сообщение занимает 3 страницы. На каждой странице по 48 строк. В каждой строке по 64 символа. Найдите информационный объём такого текста, если при его составлении использовали 256-символьный алфавит.
27. Информационное сообщение объёмом 3 Кбайт содержит 3072 символа. Каков размер алфавита, с помощью которого оно было составлено?
28. Сообщение занимает 2 страницы. На каждой странице по 80 строк. В каждой строке по 32 символа. Найдите информационный объём такого текста, если при его составлении использовали 256-символьный алфавит.
29. При составлении сообщения использовали 64-символьный алфавит. Каким будет информационный объём такого сообщения, если оно содержит 3072 символа?
30. Сообщение занимает 2 страницы и содержит 1/16 Кбайт информации. На каждой странице записано 256 символов. Какова мощность использованного алфавита?
31. Сообщение занимает 3 страницы по 25 строк. В каждой строке записано по 30 символов. Сколько символов в используемом алфавите, если всё сообщение содержит 2250 байт?
32. Два текста содержат одинаковое количество символов. Первый текст составлен в алфавите мощностью 32 символа, второй – 64 символа. Во сколько раз отличается количество информации в этих текстах.
33. Два сообщения содержат одинаковое количество символов. Количество информации в первом тексте в 1,5 раза больше, чем во втором. Сколько символов содержат алфавиты, с помощью которых записаны сообщения, если известно, что число символов в каждом алфавите не превышает 10 и на каждый символ приходится целое число битов?
34. Два сообщения содержат одинаковое количество информации. Количество символов в первом тексте в 2,5 раза меньше, чем во втором. Сколько символов содержат алфавиты, с помощью которых записаны сообщения, если известно, что размер каждого алфавита не превышает 32 символов и на каждый символ приходится целое число битов?
35. Два текста содержат одинаковое количество символов. Первый текст составлен в алфавите мощностью 16 символов, а второй текст – в алфавите из 256 символов. Во сколько раз количество информации во втором тексте больше, чем в первом?
36. Объём сообщения – 7,5 Кбайт. Известно, что данное сообщение содержит 7680 символов. Какова мощность алфавита?
37. Дан текст из 600 символов. Известно, что символы берутся из таблицы размером 16 на 32. Определите информационный объём текста в битах.
38. Мощность алфавита равна 256. Сколько Кбайт памяти потребуется для сохранения 160 страниц текста, содержащего в среднем 192 символа на каждой странице?
39. Объём сообщения равен 11 Кбайт. Сообщение содержит 11264 символа. Какова мощность алфавита?
40. Мощность алфавита равна 64. Сколько Кбайт памяти потребуется, чтобы сохранить 128 страниц текста, содержащего в среднем 256 символов на каждой странице?
41. При составлении сообщения использовали 128-символьный алфавит. Каким будет информационный объём такого сообщения, если оно содержит 2048 символов?

## **Кодирование графической информации**

42. Для хранения растрового изображения размером 160×128 пикселей отвели 5 Кбайт памяти. Каково максимально возможное количество цветов в палитре изображения?
43. Страница видеопамати составляет 16000 байт. Дисплей работает в режиме 320×400 пикселей. Сколько цветов в палитре?

44. Для хранения растрового изображения размером  $64 \times 128$  пикселей отвели 3 Кбайт памяти. Каково максимально возможное количество цветов в палитре изображения?
45. Для хранения растрового изображения размером  $64 \times 32$  пикселей отвели 256 байт памяти. Каково максимально возможное количество цветов в палитре изображения?
46. Для хранения растрового изображения размером  $32 \times 32$  пикселей отвели 512 байт памяти. Каково максимально возможное количество цветов в палитре изображения?
47. Для хранения растрового изображения размером  $64 \times 64$  пикселей отвели 3 Кбайт памяти. Каково максимально возможное количество цветов в палитре изображения?
48. Какой объем памяти необходимо выделить под хранение растрового изображения размером  $128 \times 128$  пикселей, если в палитре изображения 64 цвета?
49. Какой объем памяти необходимо выделить под хранение растрового изображения размером  $128 \times 128$  пикселей, если в палитре изображения 256 цветов?
50. Какой объем памяти необходимо выделить под хранение растрового изображения размером  $640 \times 480$  пикселей, если в палитре изображения 16 миллионов цветов?
51. Какой объем памяти необходимо выделить под хранение растрового изображения размером  $240 \times 192$  пикселей, если в палитре изображения 65 тысяч цветов?
52. Какой объем памяти необходимо выделить под хранение растрового изображения размером  $256 \times 512$  пикселей, если в палитре изображения 16 цветов?
53. Для хранения растрового изображения размером  $128 \times 128$  пикселей отвели 4 Кбайт памяти. Каково максимально возможное число цветов в палитре изображения.
54. Видеопамять имеет объём, в котором может храниться 4-цветное изображение размером  $300 \times 200$ . Какого размера изображение можно хранить в том же объёме видеопамяти, если оно будет использовать 16-цветную палитру?
55. Монитор работает с 16 цветной палитрой в режиме  $640 \times 400$  пикселей. Для кодирования изображения требуется 1250 Кбайт. Сколько страниц видеопамяти оно занимает?  
*Т.к. страница - раздел видеопамяти, вмещающий информацию об одном образе экрана одной «картинки» на экране, т.е. в видеопамяти могут размещаться одновременно несколько страниц, то, чтобы узнать число страниц надо поделить объем видеопамяти для всего изображения на объем памяти на 1 страницу.  $K = I_{\text{изобр}} / I_{\text{стр}}$*
56. Какой объём видеопамяти необходим для хранения двух страниц изображения при условии, что разрешающая способность дисплея равна  $640 \times 350$  пикселей, а количество используемых цветов – 16?
57. 256-цветный рисунок содержит 1 Кбайт информации. Из какого количества точек он состоит?
58. Во сколько раз уменьшится объём графического файла, если первоначальное количество цветов было равно 256, а в результате преобразования установлено 16 цветов?
59. Чёрно-белое изображение файла типа BMP имеет размер  $1024 \times 768$  пикселей. Определите информационный объём файла (В Кбайт).
60. Какой объём памяти видеокарты (в Кбайт) займёт 256-цветное изображение файла типа BMP, размер которого  $1024 \times 768$  пикселей?
61. Цветное изображение, использующее 16 цветов, преобразовано в чёрно-белое. Увеличится или уменьшится информационный объём графического файла и во сколько раз?
62. Для хранения растрового изображения размером  $64 \times 64$  пикселя отвели 512 байт памяти. Каково максимально возможное число цветов в палитре изображения?
63. После изменения свойств рабочего стола монитор приобрёл разрешение  $1024 \times 768$  точек и получил возможность отображать 65536 цветов. Какой объём видеопамяти (в Кбайт) занимает текущее изображение рабочего стола?
64. Для хранения растрового изображения размером  $640 \times 480$  пикселей отвели 300 Кбайт памяти. Каково максимально возможное число в палитре изображения?
65. Какой объём видеопамяти (в Кбайт) необходим для хранения четырёх страниц 16-цветного изображения, если разрешающая способность дисплея –  $800 \times 600$  пикселей?
66. Страница видеопамяти составляет 16000 байт. Дисплей работает в режиме  $320 \times 400$  пикселей. Сколько цветов в палитре?
67. Какой объём видеопамяти необходим для хранения двух страниц изображения при условии, что разрешающая способность дисплея равна  $640 \times 350$  пикселей, а количество используемых цветов – 16?

## **Кодирование звуковой информации**

68. Производится одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 48 кГц и глубиной кодирования 16 бит. Запись длится 2 минуты, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Каков размер полученного файла, выраженный в Мб?
69. Производится одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 22 кГц и глубиной кодирования 16 бит. Запись длится 2 минуты, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Каков размер полученного файла, выраженный в Мб?
70. Производится двухканальная (стерео) звукозапись с частотой дискретизации 48 кГц и глубиной кодирования 24 бита. Запись длится 1 минуту, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Каков размер полученного файла, выраженный в Мб?
71. Производится двухканальная (стерео) звукозапись с частотой дискретизации 22 кГц и глубиной кодирования 24 бита. Запись длится 2 минуты, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Каков размер полученного файла, выраженный в Мб?
72. Объем свободной памяти на диске — 5,25 Мб, разрядность звуковой платы — 16. Какова длительность звучания цифрового аудиофайла, записанного с частотой дискретизации 22,05 кГц?
73. Одна минута записи цифрового аудиофайла занимает на диске 1,3 Мб, разрядность звуковой платы — 8. С какой частотой дискретизации записан звук?
74. Какой объем памяти требуется для хранения цифрового аудиофайла с записью звука высокого качества при условии, что время звучания составляет 3 минуты?
75. Две минуты записи цифрового аудиофайла занимают на диске 5,05 Мб. Частота дискретизации — 22050 Гц. Какова разрядность аудиоадаптера?
76. Объем свободной памяти на диске — 0,1 Гб, разрядность звуковой платы — 16. Какова длительность звучания цифрового аудиофайла, записанного с частотой дискретизации 44 100 Гц?

## **Скорость информационного потока**

77. Пользователь вводит текст с клавиатуры со скоростью 90 знаков в минуту. Какое количество информации будет содержать текст, который он набирал 15 минут (используется компьютерный алфавит)?
78. Пользователь вводил текст с клавиатуры 10 минут. Какова его скорость ввода информации, если информационный объем полученного текста равен 1 Кбайт?
79. Ученик 9 класса читает со скоростью 250 символов в минуту. При записи текста использовался алфавит, содержащий 64 символа. Какой объем информации получит учение, если будет непрерывно читать 20 минут?
80. Известно, что длительность непрерывного подключения к сети Интернет с помощью модема для некоторых АТС не превышает 10 минут. Определите максимальный размер файла (в Кбайтах), который может быть передан за время такого подключения, если модем передает информацию в среднем со скоростью 32 Кбит/с?
81. Скорость передачи данных через ADSL-соединение равна 1024000бит/с. Передача файла через данное соединение заняла 5 секунд. Определите размер файла в Кбайтах.
82. Скорость передачи данных через ADSL-соединение равна 128000 бит/с. Через данное соединение передают файл размером 625 Кбайт. Определите время передачи файла в секундах.
83. Пользователь компьютера, хорошо владеющий навыками ввода информации с клавиатуры, может вводить в минуту 100 знаков. Мощность алфавита, используемого в компьютере равна 256. Какое количество информации в байтах может ввести пользователь в компьютер за 1 минуту.
84. Сколько секунд потребуется модему, передающему сообщение со скоростью 28800 бит/с, чтобы передать 100 страниц текста в 30 строк по 60 символов каждая, при условии, что каждый символ кодируется одним байтом?
85. Система оптического распознавания символов позволяет преобразовывать отсканированные изображения страниц документа в текстовый формат со скоростью 4 страницы в минуту и использует алфавит мощностью 65536 символов. Какое количество информации будет нести текстовый документ после 5 минут работы приложения, страницы которого содержат 40 строк по 50 символов?

86. Скорость передачи данных через ADSL-соединение равна 256000бит/с. Передача файла через это соединение заняла 2 минуты. Определите размер файла в килобайтах
87. Скорость передачи данных через аналоговое модемное соединение 28,5 Кбит/с. Передача текстового файла через это соединение заняла 17 с. Определите, сколько символов содержит переданный текст, если известно, что информационный вес одного символа 16 бит
88. Скорость передачи данных через ADSL-соединение равна 2 500 000 бит/с. Через данное соединение передают файл размером 10 Мбайт. Определите время передачи файла в секундах. (Служебной информацией пренебречь.)
89. Два компьютера соединены кабелем, который обеспечивает скорость передачи данных 100 Кбит/с. Передача данных с одного компьютера на другой заняла 1,2 мин. Определите, сколько страниц содержал переданный текст, если вес одного символа 16 бит, а на одной странице 2400 символов.
90. ADSL-модем, совмещённый с точкой доступа, передаёт данные со средней скоростью 256 Кбит/с. Определите, сколько секунд займёт передача текстового сообщения, содержащего 4096 символов, если известно, что один символ кодируется 16 бит.
91. Информационное сообщение объёмом 3,6 Мбайт передаётся со скоростью 8 Мбит/с. За сколько минут будет передано данное сообщение?
92. Скорость копирования данных на съёмный USB-носитель составляет 16000000 бит/с. Сколько времени (в секундах) потребуется для копирования на этот носитель файла размером 250000 Кбайт?
93. Скорость записи данных на оптический диск составляет 3000 Кбайт/с. Сколько времени (в секундах) потребуется для копирования на этот носитель файла размером 750 Мбайт?
94. Скорость передачи данных через ADSL-соединение равна 2048 Кбит/с. Передача файла через данное соединение заняла 0,5 мин. Определите размер файла в мегабайтах.
95. Передача файла размером 5062,5 Кбайт осуществляется через ADSL-соединение в течение 4,5 мин. Определите скорость передачи данных в бит/с.
96. Скорость передачи данных через ADSL-соединение равна 256000 бит/с. Через данное соединение передали файл за 2 минуты. Определите размер файла в Кб.
97. Через ADSL-соединение передали файл размером 375 Мбайт за 0,5 минуты. Определите скорость передачи данных через это соединение в Мбит/с.
98. Определите свою скорость восприятия информации при чтении вслух (например, берём для чтения стр 29 из учебника. На странице 40 строк; в каждой строке в среднем по 50 символов (пробелы тоже нужно считать). Время чтения вслух 140 секунд.



### Основные понятия

**Система счисления** – это способ записи чисел и соответствующие ему правила действий над числами.

Совокупность всех символов, при помощи которых можно записать любое число в заданной системе счисления называется **алфавитом** системы счисления.

Символы алфавита системы счисления называются **цифрами** системы счисления.

**Системы счисления делятся на:**

- непозиционные системы счисления;
- позиционные системы счисления.

*В непозиционной системе счисления величина, обозначаемая цифрой в записи числа, не зависит от позиции цифры в числе.*

*В позиционной системе счисления величина, обозначаемая цифрой, зависит от позиции, в которой находится эта цифра.*

Количество используемых цифр называется основанием системы счисления –  $q$ .

Чтобы показать, что число записано в системе счисления, отличной от десятичной, в которой все мы привыкли считать, основание системы счисления указывают в качестве нижнего индекса слева от числа ( $100101_2$ ,  $234_6$ ,  $3B_{16}$ ).

### Перевод из десятичной системы счисления

#### Целая часть

1. Последовательно делить целую часть десятичного числа на основание, пока десятичное число не станет равно нулю.
2. Полученные при делении остатки являются цифрами нужного числа. Число в новой системе записывают, начиная с последнего остатка.

#### Дробная часть

1. Дробную часть десятичного числа умножаем на основание системы, в которую требуется перевести.
2. Отделяем целую часть.
3. Продолжаем умножать дробную часть на основание новой системы, пока она не станет равной 0.
4. Число в новой системе составляют целые части результатов умножения в порядке, соответствующем их получению.

#### Пример

$44_{10}$  переведем в двоичную систему:

44 делим на 2. частное 22, остаток 0

22 делим на 2. частное 11, остаток 0

11 делим на 2. частное 5, остаток 1

5 делим на 2. частное 2, остаток 1

2 делим на 2. частное 1, остаток 0

1 делим на 2. частное 0, остаток 1

Частное равно нулю, деление закончено. Теперь, записав все остатки снизу вверх, получим число  $101100_2$

### **Правила перевода чисел в десятичную систему счисления**

Запишем в развернутой форме числа:

$$143_{10} = 3 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^2;$$

$$143,78_{10} = 3 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2};$$

$$56,31_8 = 6 \cdot 8^0 + 5 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^{-1} + 1 \cdot 8^{-2};$$

$$1011,01_2 = 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2};$$

$$FC,15_{16} = 12 \cdot 16^0 + 15 \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^{-1} + 5 \cdot 16^{-2};$$

*Если мы вычислим суммы, записанные в каждой строчке, то это будет не что иное, как число в десятичной системе счисления.*

**Для перевода числа, записанного в системе счисления с основанием  $q$  в десятичную, нужно:**

1. Пронумеровать цифры его целой части справа налево, начиная с 0, и дробной части – слева направо, начиная с (-1).
2. Найти произведение каждой цифры числа на степень основания, где показателем степени является номер цифры.
3. Сложить полученные значения.

Пусть число 341 записано цифрами девятеричной, восьмеричной, шестеричной и шестнадцатеричной систем счисления, найдите его десятичное значение.

$$341_9 = 3 \cdot 9^2 + 4 \cdot 9^1 + 1 \cdot 9^0 = 280_{10};$$

$$341_8 = 3 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 = 225_{10};$$

$$341_6 = 3 \cdot 6^2 + 4 \cdot 6^1 + 1 \cdot 6^0 = 133_{10};$$

$$341_{16} = 3 \cdot 16^2 + 4 \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^0 = 833_{10};$$

### **Перевод двоичных чисел в восьмеричную (шестнадцатеричную) систему и обратно**

При работе с ЭВМ используют двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления.

**Таблица соответствия между системами счисления**

Десятичная	Двоичная	Восьмеричная	Шестнадцатеричная
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

## Для перевода двоичных чисел в восьмеричные (шестнадцатеричные)

— число разбивают на триады (тетрады), начиная от запятой, разделяющей целую и дробную части, влево и вправо. Затем достаточно каждую триаду или тетраду по таблице соответствия между системами счисления заменить эквивалентной ей цифрой.

## Перевод восьмеричных и шестнадцатеричных чисел в двоичную аналогичен:

— достаточно каждую цифру заменить эквивалентной ей триадой или тетрадой по таблице соответствия между системами счисления.

*Триада – тройка цифр.*

*Тетрада – четверка цифр.*

Примеры:

$$1111101,01011_2 = 111\ 101,010\ 11_2 = 175,26_8$$

$$1111101,01011_2 = 111\ 1101,0101\ 1_2 = 7D,58_{16}$$

$$567,561_8 = 101\ 110\ 111,101\ 110\ 001_2 = 101110111,10111001_2$$

$$4FE,AD_8 = 0100\ 1111\ 1110,1010\ 1101_2 = 10011111110,10101101_2$$

Перевод восьмеричных чисел в шестнадцатеричные необходимо проводить через двоичную систему,  $A_8 \rightarrow A_2 \rightarrow A_{16}$ , например:

$$4FE,AD_8 = 0100\ 1111\ 1110,1010\ 1101_2 = 10011111110,10101101_2 =$$

$$= 010\ 011\ 111\ 110,101\ 011\ 010_2 = 2376,532_8$$

$$567,561_8 = 101\ 110\ 111,101\ 110\ 001_2 = 101110111,10111001_2 = 0001\ 0111\ 0111,1011\ 1001_2 = 177,B9_{16}$$

## Арифметические операции в позиционных системах счисления

Вычисления в двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной проводятся аналогично операциям в десятичной системе.

Сложение:

Восьмеричная:  $215,4_8 + 73,6_8$

Шестнадцатеричная:  $8D,8_{16} + 3B,C_{16}$

$$\begin{array}{r} 111 \\ + 215,4 \\ 73,6 \\ \hline 311,2 \end{array}$$

$4+6=10=8+2$   
 $5+3+1=9=8+1$   
 $1+7+1=9=8+1$   
 $2+1=3$

$$\begin{array}{r} 11 \\ + 8D,8 \\ 3B,C \\ \hline C9,4 \end{array}$$

$8+12=20=16+4$   
 $13+11+1=25=16+9$   
 $8+3+1=12=C_{16}$

Ответ:  $141,5 + 59,75 =$

$311,2_8 = C9,4_{16}$  Проверка. Преобразуем полученные суммы к десятичному виду:  $311,2_8 = 3 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 + 2 \cdot 8^{-1} = 201,25$   $C9,4_{16} = 12 \cdot 16^1 + 9 \cdot 16^0 + 4 \cdot 16^{-1} = 201,25$

Вычитание:

Восьмеричная:  $311,2_8 - 73,6_8$

Шестнадцатеричная:  $C9,4_{16} - 3B,C_{16}$

$$\begin{array}{r} 111 \\ - 311,2 \\ 73,6 \\ \hline 215,4 \end{array}$$

$8+2-6=4$   
 $8-3=5$   
 $8-7=1$

$$\begin{array}{r} 11 \\ - C9,4 \\ 3B,C \\ \hline 8D,8 \end{array}$$

$16+4-12=8$   
 $16+8-11=13=D_{16}$   
 $12-1-3=8$

Ответ:  $201,25_{10} - 59,75_{10} = 215,4_8 =$

$8D,8_{16}$ . Проверка. Преобразуем полученные разности к десятичному виду:  $215,4_8 = 2 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 + 4 \cdot 8^{-1} = 141,5$ ;  $8D,8_{16} = 8 \cdot 16^1 + D \cdot 16^0 + 8 \cdot 16^{-1} = 141,5$ .

## Представление целых чисел в компьютере

Целые числа могут представляться в компьютере со знаком или без знака.

**Целые числа без знака** обычно занимают в памяти один или байта и принимают в однобайтовом формате значения от  $00000000_2$  до  $11111111_8$ , а в двухбайтовом формате – от  $00000000\ 00000000_2$  до  $11111111\ 11111111_2$ .

Пример 1: Число  $72_{10}=1001000_2$  в однобайтовом формате:

Номера разрядов	7	6	5	4	3	2	1	0
Биты числа	0	1	0	0	1	0	0	0

Пример 2: Число  $72_{10}=1001000_2$  в двухбайтовом формате:

Номера разрядов	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Биты числа	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0

**Целые числа со знаком** обычно занимают в памяти компьютера один, два или четыре байта, при этом самый левый (старший) разряд содержит информацию о знаке числа. Знак “плюс” кодируется нулем, а “минус” — единицей.

В компьютерной технике применяются три формы записи (кодирования) целых чисел со знаком: **прямой код**, **обратный код**, **дополнительный код**.

**Положительные числа** в прямом, обратном и дополнительном кодах изображаются одинаково — двоичными кодами с цифрой 0 в знаковом разряде.

Число  $1_{10}=1_2$ :

0	0	0	0	0	0	0	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Знак числа – “+”

Число  $127_{10}=1111111_2$ :

0	1	1	1	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Знак числа – “+”

**Отрицательные числа** в прямом, обратном и дополнительном кодах имеют разное изображение:

**Прямой код.** В знаковый разряд помещается цифра 1, а в разряды цифровой части числа — двоичный код его абсолютной величины.

Прямой код числа —1:

1	0	0	0	0	0	0	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Знак числа – “-”

Прямой код числа —127:

1	1	1	1	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Знак числа – “-”

**Обратный код** получается инвертированием всех цифр двоичного кода абсолютной величины числа, включая разряд знака:

нули заменяются единицами, а единицы — нулями.

Число —1:

Код модуля числа: 0 0000001

Обратный код: 1 1111110

Число —127:

Код модуля числа: 0 1111111

Обратный код: 1 0000000

**Дополнительный код** получается образованием обратного кода с последующим прибавлением единицы к его младшему ряду.

Дополнительный код числа — 1:

1 1111111

Дополнительный код числа -127:

1 0000001



## Задачи и упражнения

Перевести данное число из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления.

99. а)  $666_{(10)}$ ; б)  $305_{(10)}$ ; в)  $153,25_{(10)}$ ; г)  $162,25_{(10)}$ ; д)  $248,46_{(10)}$   
100. а)  $164_{(10)}$ ; б)  $255_{(10)}$ ; в)  $712,25_{(10)}$ ; г)  $670,25_{(10)}$ ; д)  $11,89_{(10)}$   
101. а)  $273_{(10)}$ ; б)  $661_{(10)}$ ; в)  $156,25_{(10)}$ ; г)  $797,5_{(10)}$ ; д)  $53,74_{(10)}$   
102. а)  $500_{(10)}$ ; б)  $675_{(10)}$ ; в)  $810,25_{(10)}$ ; г)  $1017,25_{(10)}$ ; д)  $123,72_{(10)}$   
103. а)  $218_{(10)}$ ; б)  $808_{(10)}$ ; в)  $176,25_{(10)}$ ; г)  $284,25_{(10)}$ ; д)  $253,04_{(10)}$   
104. а)  $306_{(10)}$ ; б)  $467_{(10)}$ ; в)  $218,5_{(10)}$ ; г)  $667,25_{(10)}$ ; д)  $318,87_{(10)}$

Перевести данное число в десятичную систему счисления.

105. а)  $1000110110_{(2)}$ ; б)  $111100001_{(2)}$ ; в)  $1110010100,1011001_{(2)}$ ; г)  $1000000110,00101_{(2)}$ ; д)  $666,16_{(8)}$ ; е)  $1C7,68_{(16)}$ .  
106. а)  $101111111_{(2)}$ ; б)  $1111100110_{(2)}$ ; в)  $10011000,1101011_{(2)}$ ; г)  $1110001101,1001_{(2)}$ ; д)  $140,22_{(8)}$ ; е)  $1DE,54_{(16)}$ .  
107. а)  $11101000_{(2)}$ ; б)  $1010001111_{(2)}$ ; в)  $1101101000,01_{(2)}$ ; г)  $1000000101,01011_{(2)}$ ; д)  $1600,14_{(8)}$ ; е)  $1E9,4_{(16)}$ .  
108. а)  $10000011001_{(2)}$ ; б)  $10101100_{(2)}$ ; в)  $1101100,01_{(2)}$ ; г)  $1110001100,1_{(2)}$ ; д)  $1053,2_{(8)}$ ; е)  $200,6_{(16)}$ .  
109. а)  $110111101_{(2)}$ ; б)  $1110011101_{(2)}$ ; в)  $111001000,01_{(2)}$ ; г)  $1100111001,1001_{(2)}$ ; д)  $1471,17_{(8)}$ ; е)  $3EC,5_{(16)}$ .  
110. а)  $1101100000_{(2)}$ ; б)  $100001010_{(2)}$ ; в)  $1011010101,1_{(2)}$ ; г)  $1010011111,1101_{(2)}$ ; д)  $452,63_{(8)}$ ; е)  $1E7,08_{(16)}$ .

Сложить числа.

111. а)  $1000101101_{(2)}+1100000010_{(2)}$ ; б)  $1111011010_{(2)}+111001100_{(2)}$ ; в)  $1001000011,1_{(2)}+10001101,101_{(2)}$ ; г)  $415,24_{(8)}+1345,04_{(8)}$ ; д)  $113, B_{(16)}+65,8_{(16)}$ .  
112. а)  $11100000_{(2)}+1100000000_{(2)}$ ; б)  $110101101_{(2)}+111111110_{(2)}$ ; в)  $10011011,011_{(2)}+1110110100,01_{(2)}$ ; г)  $1041,2_{(8)}+1141,1_{(8)}$ ; д)  $3C6,8_{(16)}+B7,5_{(16)}$ .  
113. а)  $1000001101_{(2)}+1100101000_{(2)}$ ; б)  $1010011110_{(2)}+10001000_{(2)}$ ; в)  $1100111,00101_{(2)}+101010110,011_{(2)}$ ; г)  $520,4_{(8)}+635,4_{(8)}$ ; д)  $2DB,6_{(16)}+15E,6_{(16)}$ .  
114. а)  $10101100_{(2)}+111110010_{(2)}$ ; б)  $1000000010_{(2)}+110100101_{(2)}$ ; в)  $1110111010,10011_{(2)}+1011010011,001_{(2)}$ ; г)  $355,2_{(8)}+562,04_{(8)}$ ; д)  $1E5,18_{(16)}+3BA,78_{(16)}$ .  
115. а)  $1101010000_{(2)}+1011101001_{(2)}$ ; б)  $100000101_{(2)}+1100001010_{(2)}$ ; в)  $1100100001,01001_{(2)}+1110111111,011_{(2)}$ ; г)  $242,2_{(8)}+1153,5_{(8)}$ ; д)  $84,8_{(16)}+27E,8_{(16)}$ .  
116. а)  $1101010000_{(2)}+11100100_{(2)}$ ; б)  $100110111_{(2)}+101001000_{(2)}$ ; в)  $1111100100,11_{(2)}+1111101000,01_{(2)}$ ; г)  $1476,3_{(8)}+1011,1_{(8)}$ ; д)  $3E0, A_{(16)}+135,8_{(16)}$ .

Выполнить вычитание.

117. а)  $1101000101_{(2)}-111111000_{(2)}$ ; б)  $11110101_{(2)}-110100_{(2)}$ ; в)  $1011101011,001_{(2)}-1011001000,01001_{(2)}$ ; г)  $1034,4_{(8)}-457,44_{(8)}$ ; д)  $239, A_{(16)}-9C,4_{(16)}$ .  
118. а)  $1010110010_{(2)}-1000000000_{(2)}$ ; б)  $1111100110_{(2)}-10101111_{(2)}$ ; в)  $1101001010,101_{(2)}-1100111000,011_{(2)}$ ; г)  $1134,54_{(8)}-231,2_{(8)}$ ; д)  $2DE,6_{(16)}-12A,4_{(16)}$ .  
119. а)  $1111110_{(2)}-1111011_{(2)}$ ; б)  $1111100000_{(2)}-111110011_{(2)}$ ; в)  $1111011111,1001_{(2)}-1010111100,01_{(2)}$ ; г)  $1241,34_{(8)}-1124,3_{(8)}$ ; д)  $15F, A_{(16)}-159,4_{(16)}$ .  
120. а)  $1010010100_{(2)}-11101110_{(2)}$ ; б)  $10000001110_{(2)}-10011100_{(2)}$ ; в)  $1110100111,01_{(2)}-110000001,1_{(2)}$ ; г)  $1542,5_{(8)}-353,24_{(8)}$ ; д)  $3EB,8_{(16)}-3BA,8_{(16)}$ .

121. а)  $1100001010_{(2)}-10000011_{(2)}$ ; б)  $1101000001_{(2)}-10000010_{(2)}$ ; в)  $110010110,011_{(2)}-10010101,1101_{(2)}$ ; г)  $1520,5_{(8)}-400,2_{(8)}$ ; д)  $368,4_{(16)}-239,6_{(16)}$ .
122. а)  $11110111_{(2)}-11110100_{(2)}$ ; б)  $1001100111_{(2)}-101100111_{(2)}$ ; в)  $1100110111,001_{(2)}-1010001101,0011_{(2)}$ ; г)  $631,1_{(8)}-263,2_{(8)}$ ; д)  $262,8_{(16)}-1D6,88_{(16)}$ .
123. Сравните числа: а)  $285_{10}$  и  $11D_{16}$  б)  $111111_2$  и  $1111_8$  в)  $6C_{16}$  и  $101001_2$  г)  $55_{16}$  и  $125_8$
124. Расположите числа, записанные в различных системах счисления, в порядке возрастания:
- а)  $35_{10}$ ,  $36_8$ ,  $3A_{16}$ ,  $100101_2$ ,  $130_4$   
б)  $111001_2$ ,  $64_8$ ,  $9E_{16}$ ,  $25_{10}$ ,  $210_3$   
в)  $72_8$ ,  $156_{10}$ ,  $101001_2$ ,  $8B_{16}$ ,  $232_5$   
г)  $12D_{16}$ ,  $78_8$ ,  $100011_2$ ,  $541_{10}$ ,  $124_5$   
д)  $74_8$ ,  $110010_2$ ,  $70_{10}$ ,  $38_{16}$ ;  
е)  $777_8$ ,  $101111111_2$ ,  $2FF_{16}$ ,  $500_{10}$ ;  
ж)  $6E_{16}$ ,  $142_8$ ,  $1101001_2$ ,  $100_{10}$ ;  
з)  $100_{10}$ ,  $1100000_2$ ,  $60_{16}$ ,  $141_8$ .
125. Переведите числа из двоичной системы в восьмеричную и шестнадцатеричную, а затем проверьте результаты, выполнив обратные переводы:
- а)  $1001111110111,0111_2$ ; г)  $1011110011100,11_2$ ;  
б)  $1110101011,1011101_2$ ; д)  $10111,1111101111_2$ ;  
в)  $10111001,101100111_2$ ; е)  $1100010101,11001_2$ .
126. Переведите в двоичную и восьмеричную системы шестнадцатеричные числа:  
а)  $2CE_{16}$ ; б)  $9P40_{16}$  в)  $ABCDE_{16}$ ; г)  $1010,101_{16}$ ; д)  $1ABC,91_{16}$
127. В какой системе счисления: а)  $23_{10}$  запишется как  $21_2$ ; б)  $33_{10}$  как  $53_8$ ; в)  $42_{10}$  как  $52_7$ ?
128. Запишите числа в прямом коде (формат 1 байт): а)  $31$ ; б)  $-63$ ; в)  $65$ ;
129. Запишите числа в обратном и дополнительном кодах (формат 1 байт): а)  $-9$ ; б)  $-15$ ; в)  $-127$ ;
130. Найдите десятичные представления чисел, записанных в дополнительном коде:
131. а)  $11111000$ ; б)  $10011011$ ; в)  $11101001$ ; г)  $10000000$ .
132. Найдите десятичные представления чисел, записанных в обратном коде:
133. а)  $11101000$ ; б)  $10011111$ ; в)  $10101011$ ; г)  $10000000$ .
134. \*В саду росло  $63q$  фруктовых деревьев, из них  $30q$  яблони,  $21q$  груши,  $5q$  сливы,  $4q$  вишни. В какой системе счисления ведется счет, и сколько было деревьев?
135. В комнате веселилось  $142_5$  мух. Петр Петрович открыл форточку и, размахивая полотенцем, выгнал из комнаты  $22_5$  мух. Но прежде чем он успел закрыть форточку,  $21_3$  мух вернулись обратно. Сколько мух теперь веселится в комнате?
136. \*В классе  $36q$  учеников, из них  $21q$  девочка и  $15q$  мальчиков. В какой системе счисления велся отсчет?
137. \*Один мудрец писал «Мне 33 года. Моей матери 124 года, а отцу 131 год. Вместе нам 343 года». Какую систему счисления использовал мудрец, и сколько ему лет?
138. \*Один человек имел 100 монет. Он поровну разделил их между двумя своими детьми. Каждому досталось по 11 монет и одна осталась лишней. Какая система счисления использовалась, и сколько было монет?



**Основные понятия**

*Алгебра логики* — это раздел математики, изучающий высказывания, рассматриваемые со стороны их логических значений (истинности или ложности) и логических операций над ними.

*Логическое высказывание* — это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

Употребляемые в обычной речи слова и словосочетания "*не*", "*и*", "*или*", "*если... , то*", "*тогда и только тогда*" и другие позволяют из уже заданных высказываний строить новые высказывания. Такие слова и словосочетания называются *логическими связками*.

Высказывания, образованные из других высказываний с помощью логических связок, называются *составными*. Высказывания, не являющиеся составными, называются *простыми*.

**Логические операции и таблицы истинности**

Логическая операция	Таблица истинности															
<p><math>F = A \&amp; B</math>    <math>F = A \wedge B</math></p> <p><i>Логическое умножение</i> <b>КОНЪЮНКЦИЯ</b> - это новое сложное выражение будет истинным только тогда, когда истинны оба исходных простых выражения. Конъюнкция определяет соединение двух логических выражений с помощью союза <b>И</b>.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>A&amp;B</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	A	B	A&B	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
A	B	A&B														
1	1	1														
1	0	0														
0	1	0														
0	0	0														
<p><math>F = A+B</math>    <math>F = A \vee B</math></p> <p><i>Логическое сложение</i> – <b>ДИЗЪЮНКЦИЯ</b> - это новое сложное выражение будет истинным тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из исходных (простых) выражений. Дизъюнкция определяет соединение двух логических выражений с помощью союза <b>ИЛИ</b>.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>A+B</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>	A	B	A+B	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0
A	B	A+B														
1	1	1														
1	0	1														
0	1	1														
0	0	0														
<p><math>F = \neg A</math></p> <p><i>Логическое отрицание: ИНВЕРСИЯ</i> - если исходное выражение истинно, то результат отрицания будет ложным, и наоборот, если исходное выражение ложно, то результат отрицания будет истинным. Данная операция означает, что к исходному логическому выражению добавляется частица <b>НЕ</b> или слова <b>НЕВЕРНО, ЧТО</b>.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th><math>\neg A</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	A	$\neg A$	1	0	0	1									
A	$\neg A$															
1	0															
0	1															
<p><math>F = A \rightarrow B</math></p> <p><i>Логическое следование: ИМПЛИКАЦИЯ</i>- связывает два простых логических выражения, из которых первое является условием (A), а второе (B) – следствием из этого условия. Результатом ИМПЛИКАЦИИ является ЛОЖЬ только тогда, когда условие A истинно, а следствие B ложно. Обозначается символом "следовательно" и выражается словами <b>ЕСЛИ ... , ТО ...</b></p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th><math>A \rightarrow B</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	A	B	$A \rightarrow B$	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1
A	B	$A \rightarrow B$														
1	1	1														
1	0	0														
0	1	1														
0	0	1														

$$F = A \leftrightarrow B$$

**Логическое равенство: ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ**- определяет результат сравнения двух простых логических выражений А и В. Результатом ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ является новое логическое выражение, которое будет истинным тогда и только тогда, когда оба исходных выражения одновременно истинны или ложны. Обозначается символом "эквивалентности" и выражается словами **ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА**

A	B	$A \leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

**Порядок выполнения логических операций в сложном логическом выражении:**

1. инверсия
2. конъюнкция
3. дизъюнкция
4. импликация
5. эквивалентность

Для изменения указанного порядка выполнения операций используются скобки.

### Построение таблиц истинности для сложных выражений:

**Количество строк** =  $2^n$  + две строки для заголовка (n - количество простых высказываний)

**Количество столбцов** = количество переменных + количество логических операций

При построении таблицы надо учитывать все возможные сочетания логических значений 0 и 1 исходных выражений. Затем – определить порядок действий и составить таблицу с учетом таблиц истинности основных логических операций.

### Основные законы алгебры логики

$$\begin{aligned} A &= A && \text{– закон тождества} \\ A \&\bar{A} &= 0 && \text{– закон непротиворечия} \\ A \vee \bar{A} &= 1 && \text{– закон исключенного третьего} \\ \overline{\overline{A}} &= A && \text{– закон двойного отрицания} \end{aligned}$$

---

Свойства констант:  $\bar{0} = 1$        $\bar{1} = 0$   
 $A + 0 = A$        $A \& 0 = 0$   
 $A + 1 = 1$        $A \& 1 = A$

---

Законы идемпотентности:  $A + A = A$   
 $A \& A = A$

---

Законы коммутативности:  $A + B = B + A$   
 $A \& B = B \& A$

---

Законы ассоциативности:  $A + (B + C) = (A + B) + C$   
 $A \& (B \& C) = (A \& B) \& C$

---

Законы дистрибутивности:  $A + (B \& C) = (A + B) \& (A + C)$   
 $A \& (B + C) = (A \& B) + (A \& C)$

---

Законы поглощения:  $A + (A \& B) = A$   
 $A \& (A + B) = A$

Закон де Моргана:

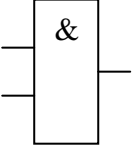
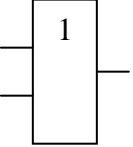
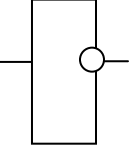
$$\overline{A + B} = \overline{A} \& \overline{B}$$

$$\overline{A \& B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{A \rightarrow B} = A \wedge \overline{B}$$

$$A \rightarrow B = \overline{A} + B$$

### Базовые логические элементы компьютера

		
Логический элемент <b>И</b> конъюнктор	Логический элемент <b>ИЛИ</b> дизъюнктор	Логический элемент <b>НЕ</b> инвертор



## Задачи и упражнения

139. Найдите значения логических выражений:

- а)  $(1 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$ ;
- б)  $((1 \vee 0) \vee 1) \vee 1$ ;
- в)  $(0 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$ ;
- г)  $(0 \& 1) \& 1$ ;
- д)  $((1 \vee 0) \& (1 \& 1)) \& (0 \vee 1)$ ;
- е)  $((1 \& 0) \vee (1 \& 0)) \vee 1$ ;
- ж)  $((1 \& 1) \vee 0) \& (0 \vee 1)$ ;
- з)  $((0 \& 0) \vee 0) \& (1 \vee 1)$ .

140. Даны два простых высказывания:  $A = \{2 \cdot 2 = 4\}$ ,  $B = \{2 \cdot 2 = 5\}$ .

Какие из составных высказываний истинны:

- а)  $A$ ; б)  $B$ ; в)  $A \& B$ ; г)  $A \vee B$ ; д)  $A \Rightarrow B$ ; е)  $A \leftrightarrow B$ ?

141. Даны простые высказывания:

- $A = \{\text{Принтер — устройство ввода информации}\}$ ,
- $B = \{\text{Процессор — устройство обработки информации}\}$ ,
- $C = \{\text{Монитор — устройство хранения информации}\}$ ,
- $D = \{\text{Клавиатура — устройство ввода информации}\}$ .

Определите истинность составных высказываний:

- а)  $(A \& B) \& (C \vee D)$ ; б)  $(A \& B) \Rightarrow (B \& C)$ ; в)  $(A \vee B) \leftrightarrow (C \& D)$ ; г)  $A \leftrightarrow B$ .

142. Даны простые высказывания:  $A = \{5 > 3\}$ ,  $B = \{2 = 3\}$  и  $C = \{4 < 2\}$ . Определите истинность составных высказываний

- а)  $(A \vee B) \& C \Rightarrow (A \& C) \vee (B \& C)$ ; б)  $(A \& B) \vee C \leftrightarrow (A \vee C) \& (A \& B)$ .

143. Выделите в составных высказываниях простые. Обозначьте каждое из них буквой; запишите с помощью логических операций каждое составное высказывание.

- а) Число 376 четное и трехзначное.
- б) Неверно, что Солнце движется вокруг Земли.
- в) Если сумма цифр числа делится на 3, то число делится на 3
- г) Число 15 делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма цифр числа 15 делится на 3.
- д) На уроке информатики старшеклассники отвечали на вопросы учителя и выполняли практическую работу.
- е) Число 2005 нечетное и четырехзначное.
- ж) Если Солнце всходит на востоке, то заходит оно на западе.

144. С помощью простых суждений:

$A$ : «Я занимаюсь музыкой»;

$B$ : «Я люблю балет»;

$C$ : «Я буду танцором»

составьте высказывания на естественном языке, соответствующие следующим формулам:

а)  $C \rightarrow (A \& B)$ ;

б)  $B \rightarrow (A \vee C)$ ;

в)  $(A \& B) \rightarrow C$ ;

г)  $(B \rightarrow A) \& (B \rightarrow C)$

145. Составить таблицу истинности:

а)  $\overline{B \wedge \overline{C} \vee \overline{A}}$

б)  $C \wedge (\overline{A \rightarrow B}) \wedge \overline{B}$

в)  $\overline{(A \wedge \overline{B}) \leftrightarrow (A \wedge C)}$

г)  $\overline{\overline{C} \wedge \overline{B} \vee A}$

д)  $\overline{\overline{C} \wedge A \vee B \vee A}$

е)  $\overline{(A \wedge \overline{B} \rightarrow C) \vee (B \leftrightarrow C)}$

ж)  $A \rightarrow \overline{B \vee C}$

$$з) \overline{(B \vee C \wedge \bar{A})} \leftrightarrow (\bar{A} \vee \bar{C})$$

$$и) \overline{(\bar{A} \vee C \vee \bar{B})} \wedge (C \rightarrow \bar{B})$$

146. Построить таблицу истинности для логических функций:

$$а) F(A, B, C) = (A \wedge B) \rightarrow (B \vee A)$$

$$б) F(A, B, C) = A \vee (\neg C \wedge B)$$

$$в) F(A, B) = \neg(A \rightarrow B) \vee (A \wedge B)$$

$$г) F(A, B, C) = \neg(A \vee B) \rightarrow (\neg A \equiv \neg C)$$

$$д) F(A, B, C) = (A \vee \neg B) \Rightarrow \neg C$$

147. Определите, какие из следующих высказываний являются тождественно истинными.

$$а) A \wedge B \Rightarrow C$$

$$б) \neg A \Rightarrow A \vee B$$

$$в) (A \Rightarrow B) \Rightarrow ((A \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow B \wedge C))$$

$$г) B \Rightarrow A \vee B$$

$$д) (A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C))$$

$$е) A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$$

$$ж) A \wedge B \Rightarrow A$$

$$з) A \Rightarrow A \wedge B$$

$$и) A \Rightarrow (B \Rightarrow A \wedge B)$$

$$к) A \wedge \neg B \Rightarrow B$$

$$л) (B \wedge \neg B)$$

$$м) (A \Rightarrow B) \Rightarrow ((A \Rightarrow \neg B) \Rightarrow \neg A)$$

148. Упростить следующие выражения:

$$а) A \wedge B \vee A \wedge \neg B$$

$$б) (A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$$

$$в) P \wedge (P \vee R) \wedge (Q \vee \neg R)$$

$$г) \neg(\neg X \vee \neg Y)$$

$$д) (\neg A \vee A \wedge B \wedge C \vee \neg C) \wedge (A \wedge B \wedge C) \wedge (\neg A \wedge C \vee \neg C \wedge D \vee D) \wedge (A \wedge C \vee B \wedge D)$$

$$е) B \wedge C \vee A \wedge B \wedge C \vee A \wedge C \wedge D \vee A \wedge C \wedge D \vee C \wedge A \wedge D$$

$$ж) A \wedge B \vee A \wedge B \wedge (C \vee D)$$

$$з) A \vee B \wedge \neg(A \vee B) \wedge C \wedge D$$

$$и) A \vee B \vee \neg(A \vee B) \wedge C \wedge D$$

$$к) (A \vee B) \wedge (A \vee B \vee C)$$

149. Определить, какие из следующих высказываний являются эквивалентными, а какие нет.

$$а) A \vee B = B \vee A$$

$$ж) A \& B = B \& A$$

$$б) A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$$

$$з) A \& (B \& C) = (A \& B) \& C$$

$$в) A \vee (B \& C) = (A \vee B) \& (A \vee C)$$

$$и) A \& (B \vee C) = (A \& B) \vee (A \& C)$$

$$г) A \vee A \& B = A$$

$$к) A \& (A \vee B) = A$$

$$д) A \Rightarrow B = \neg B \Rightarrow \neg A$$

$$л) A \Leftrightarrow B = (A \Rightarrow B) \& (B \Rightarrow A)$$

$$е) A \Rightarrow B \& A = A \vee B$$

$$м) A \Rightarrow B = A \vee \neg B$$

150. Какие из формул являются тавтологиями?

$$а) \neg(A \& \neg A)$$

$$б) A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$$

$$в) (A \& B) \Rightarrow A$$

151. Упростите формулу и покажите, что она тождественно ложна.

$$(A \& B \& \neg B) \vee (A \& \neg A) \vee (B \& C \& \neg C)$$

152. Упростить логическое выражение:

$$а) \overline{(A \wedge (B \wedge C))} \vee \bar{A} \vee A \vee C$$

$$б) \overline{(A \wedge (B \wedge C))} \vee \bar{A} \vee A \vee C$$

$$в) \overline{(A \vee (B \vee C))} \wedge C \wedge A \wedge B$$

$$г) \overline{(A \vee (B \vee C))} \wedge C \wedge A \wedge B$$

$$д) A \vee \overline{(A \wedge B)} \vee \overline{(C \wedge B)} \vee \bar{A}$$

$$е) A \vee \overline{(A \wedge B)} \vee \overline{(C \wedge B)} \vee \bar{A}$$

## Логические задачи

153. Три девочки — Роза, Маргарита и Анюта представили на конкурс цветоводов корзины выращенных ими роз, маргариток и анютиных глазок. Девочка, вырастившая маргаритки, обратила внимание Розы на то, что ни у одной из девочек имя не совпадает с названием любимых цветов. Какие цветы вырастила каждая из девочек?
154. Виновник ночного дорожно-транспортного происшествия скрылся с места аварии. Первый из опрошенных свидетелей сказал работникам ГАИ, что это были “Жигули”, первая цифра номера машины — единица. Второй свидетель сказал, что машина была марки “Москвич”, а номер начинался с семёрки. Третий свидетель заявил, что машина была иностранная, номер начинался не с единицы. При дальнейшем расследовании выяснилось, что каждый из свидетелей правильно указал либо только марку машины, либо только первую цифру номера. Какой марки была машина и с какой цифры начинался номер?
155. Пятеро одноклассников: Ирена, Тимур, Камилла, Эльдар и Залим стали победителями олимпиад школьников по физике, математике, информатике, литературе и географии. Известно, что:
- победитель олимпиады по информатике учит Ирену и Тимура работе на компьютере;
  - Камилла и Эльдар тоже заинтересовались информатикой;
  - Тимур всегда побаивался физики;
  - Камилла, Тимур и победитель олимпиады по литературе занимаются плаванием;
  - Тимур и Камилла поздравили победителя олимпиады по математике;
  - Ирена сожалеет о том, что у нее остается мало времени на литературу.
- Победителем какой олимпиады стал каждый из этих ребят?
156. Алеша, Боря и Гриша нашли в земле сосуд. Рассматривая удивительную находку, каждый высказал по два предположения:
- Алеша: "Это сосуд греческий и изготовлен в V веке."
  - Борис: "Это сосуд финикийский и изготовлен в III веке."
  - Гриша: "Это сосуд не греческий и изготовлен в IV веке."
- Учитель истории сказал ребятам, что каждый из них прав только в одном из двух предположений. Где и в каком веке изготовлен сосуд?
157. На соревнованиях по легкой атлетике Андрей, Борис, Сергей и Володя заняли первые четыре места. Но когда девочки стали вспоминать, как эти места распределились между победителями, то мнения разошлись.
- Даша сказала: "Андрей был первым, а Володя - вторым".
  - Галя утверждала: "Андрей был вторым, а Борис - третьим".
  - Лена считала: "Борис был четвертым, а Сергей - вторым".
  - Ася, которая была судьей на этих соревнованиях и хорошо помнила, как распределились места, сказала, что каждая из девочек сделала одно правильное и одно неправильное заявление.
- Кто из мальчиков какое место занял?
158. Пытаясь вспомнить победителей прошлогоднего турнира, 5 бывших зрителей турнира заявили:
- Антон был вторым, а Борис пятым.
  - Виктор был вторым, а Денис третьим.
  - Григорий был первым, а Борис третьим.
  - Антон был третьим, а Евгений шестым.
  - Виктор был третьим, а Евгений четвертым.
- Впоследствии выяснилось, что каждый мог ошибиться, не более чем в одном высказывании. Каково было истинное распределение мест в турнире?
159. На вопрос, кто из трех абитуриентов А, В, С может работать на компьютере, был получен ответ: если может работать В, то может работать и С, но не верно, что если может работать А, то может работать и С. Кто из трех абитуриентов может работать на персональном компьютере?
160. На вопрос, какая завтра погода, синоптик ответил: если не будет ветра, то будет пасмурная погода без дождя; если будет дождь, то будет пасмурно и без ветра; если будет

пасмурно, то будет дождь и не будет ветра. Подумав немного, синоптик уточнил, что его три высказывания можно записать более лаконично. Попробуйте это сделать!

161. На олимпиаде по информатике студенты А, В, С и D заняли первые четыре места. Когда их спросили о распределении мест, они дали три ответа: D – первый или В – второй; С – первый или А – четвертый; D – второй или В – третий. Как распределились места, если в каждом ответе только одно утверждение истинно?

162. Аня, Вика и Сергей решили пойти в кино. Учитель хорошо знавший этих ребят, высказал следующие предположения: Аня пойдет в кино только тогда, когда пойдут Вика и Сергей; Аня и Сергей пойдут в кино вместе или же оба останутся дома; чтобы Сергей пошел в кино, необходимо, чтобы пошла Вика. Когда ребята пошли в кино, оказалось, что учитель немного ошибался, из трех его утверждений истинными оказались только два. Кто из названных ребят пошел в кино?

163. В школьном первенстве по настольному теннису в четверку лучших вошли девушки: Наташа, Маша, Люда и Рита. Самые горячие болельщики высказали свои предположения о распределении мест в дальнейших состязаниях.

— Один считает, что первой будет Наташа, а Маша будет второй.

— Другой болельщик на второе место прочит Люду, а Рита, по его мнению, займет четвертое место.

— Третий любитель тенниса с ними не согласился. Он считает, что Рита займет третье место, а Наташа будет второй.

Когда соревнования закончились, оказалось, что каждый из болельщиков был прав только в одном из своих прогнозов. Какое место на чемпионате заняли Наташа, Маша, Люда, Рита?

164. Брауну, Джонсу и Смигу предъявлено обвинение в соучастии в ограблении банка. Похитители скрылись на поджидавшем их автомобиле. На следствии Браун показал, что преступники скрылись на синем «Бьюике», Джонс сказал, что это был черный «Крайслер», а Смит утверждает, что это был «Форд мустанг» и ни в коем случае не синий. Стало известно, что желая запутать следствие, каждый из них указал правильно либо только марку машины, либо только ее цвет. Какой марки и цвета был автомобиль?

165. В соревнованиях по гимнастике на первенство школы участвуют Алла, Валя, Таня и Даша. Болельщики высказали предположения о возможных победителях:

— 1: “Первой будет Таня, Валя будет второй”.

— 2: “Второй будет Таня, Даша - третьей”.

— 3: “Алла будет второй, Даша - четвертой”.

По окончании соревнований оказалось, что в каждом предположении только одно из высказываний истинно, другое же ложно. Какое место на соревнованиях заняла каждая из девочек, если все они оказались на разных местах?

166. Кто из людей А, В, С и D играет, а кто не играет в шахматы, если известно следующее:

а) если А или В играет, то С не играет;

б) если В не играет, то играют С и D;

в) С играет.

167. Для какого имени ложно высказывание:

(Первая буква имени гласная → Четвертая буква имени согласная).

1) ЕЛЕНА 2) ВАДИМ 3) АНТОН 4) ФЕДОР

168. Какое из приведенных имен удовлетворяет логическому условию

(первая буква гласная → вторая буква гласная) ∧ последняя буква гласная

1) ИРИНА 2) МАКСИМ 3) АРТЕМ 4) МАРИЯ

169. Для какого из названий животных ложно высказывание:

(Заканчивается на согласную букву) ∧ (В слове 7 букв) → ¬ (Третья буква согласная)?

1) Верблюд 2) Страус 3) Кенгуру 4) Леопард

170. Для какого из указанных значений X истинно высказывание  $\neg((X>2) \rightarrow (X>3))$ ?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

171. Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

X	Y	Z	F
1	0	0	0

0	1	0	1
0	0	1	0

Какое выражение соответствует F?

- 1)  $(0 \wedge Y) \wedge (X \equiv Z)$
- 2)  $(1 \wedge Y) \wedge (X \equiv Z)$
- 3)  $(0 \vee \neg Z) \wedge (X \equiv Y)$
- 4)  $(\neg 1 \wedge Y) \wedge (X \equiv Z)$

172. Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

X	Y	Z	F
1	1	0	1
1	0	1	1
0	1	1	1

Какое выражение соответствует F?

- 1)  $\neg X \wedge \neg Y$
- 2)  $(X \equiv Y) \wedge Z$
- 3)  $(X \equiv Y) \vee Z$
- 4)  $(\neg X \equiv Y) \vee Z$

173. Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

X	Y	Z	F
1	1	0	0
1	0	1	0
0	1	1	0

Какое выражение соответствует F?

- 1)  $\neg X \vee \neg Y \vee \neg Z$
- 2)  $\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$
- 3)  $X \wedge Y \wedge \neg Z$
- 4)  $X \vee Y \vee Z$

174. Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

X	Y	Z	F
0	1	0	0
1	0	1	1
1	1	1	0

Какое выражение соответствует F?

- 1)  $(X \equiv Z) \equiv Y$
- 2)  $(X \equiv Z) \equiv (\neg Y)$
- 3)  $(X \equiv Z) \wedge Y$
- 4)  $(X \equiv Z) \vee (\neg Y)$

175. В таблице приведены запросы и количество страниц, которые нашел поисковый сервер по этим запросам в некотором сегменте Интернета:

Запрос	Количество страниц (тыс.)
крейсер   линкор	7000
крейсер	4800
линкор	4500

Сколько страниц будет найдено по запросу крейсер & линкор

176. В таблице приведены запросы и количество страниц, которые нашел поисковый сервер по этим запросам в некотором сегменте Интернета:

Запрос	Количество страниц (тыс.)
шахматы   теннис	7770
теннис	5500
шахматы & теннис	1000

Сколько страниц (в тысячах) будет найдено по запросу шахматы

177. В таблице приведены запросы и количество страниц, которые нашел поисковый сервер по этим запросам в некотором сегменте Интернета:

Запрос	Количество страниц (тыс.)
фрегат   эсминец	3000
фрегат	2000
эсминец	2500

Сколько страниц (в тысячах) будет найдено по запросу фрегат & эсминец

178. В таблице приведены запросы и количество страниц, которые нашел поисковый сервер по этим запросам в некотором сегменте Интернета:

Запрос	Количество страниц (тыс.)
пирожное   выпечка	14200
пирожное	9700
пирожное & выпечка	5100

Сколько страниц (в тысячах) будет найдено по запросу выпечка

179. В таблице приведены запросы и количество страниц, которые нашел поисковый сервер по этим запросам в некотором сегменте Интернета:

Запрос	Количество страниц (тыс.)
фрегат & эсминец	500
фрегат   эсминец	4500
эсминец	2500

Сколько страниц (в тысячах) будет найдено по запросу фрегат

180. Составить логическую схему для логического выражения:  $F = A \vee B \& A$ .

181. Постройте логическую схему, соответствующую логическому выражению  $F = A \& B \vee (B \vee A)$ . Вычислить значения выражения для  $A=1, B=0$ .

182. Постройте логические схемы, соответствующие логическим выражениям и найдите значения логических выражений:

а)  $F = A \vee B \& C$ , если  $A=1, B=1, C=1$ . (1)

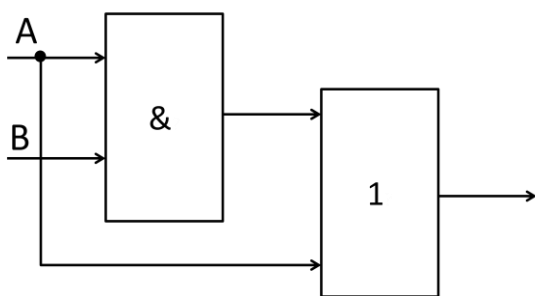
б)  $F = \neg(A \vee B \& C)$ , если  $A=0, B=1, C=1$ . (1)

в)  $F = (A \vee B) \& (C \vee B)$ , если  $A=0, B=1, C=0$ ;

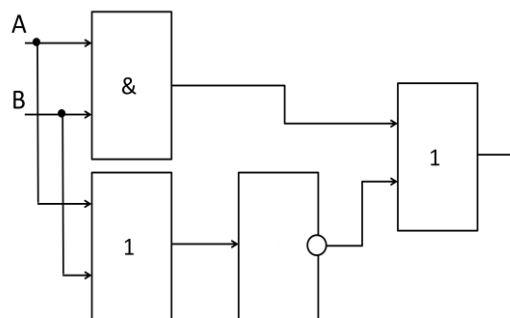
г)  $F = \neg(A \& B \& C)$ , если  $A=0, B=0, C=1$ .

### Составьте логическое выражение по схеме

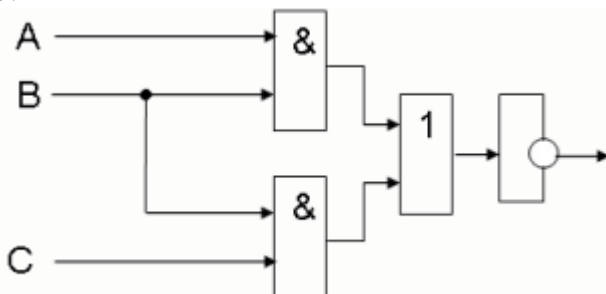
1.



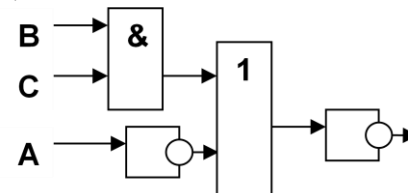
2.



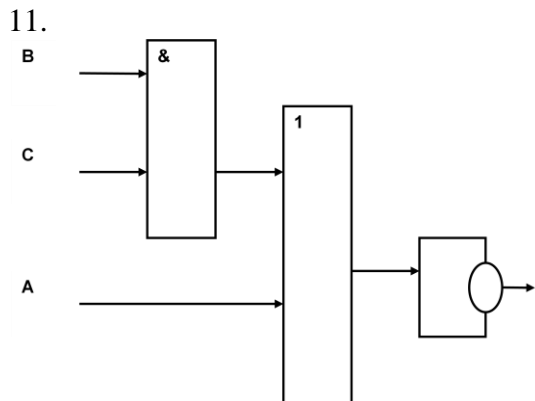
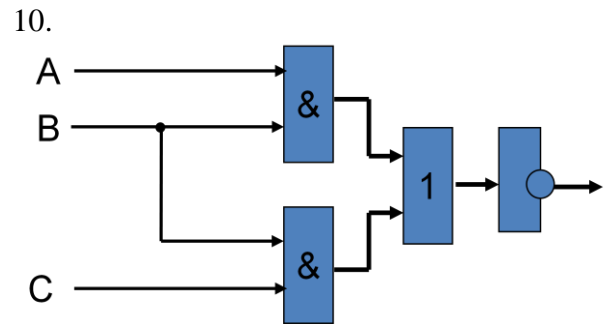
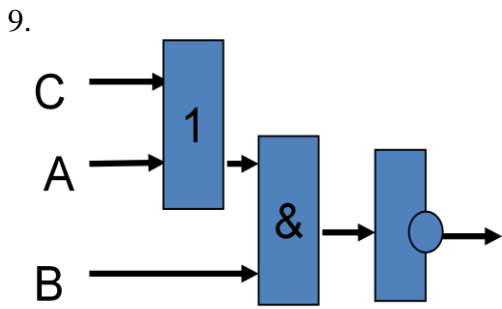
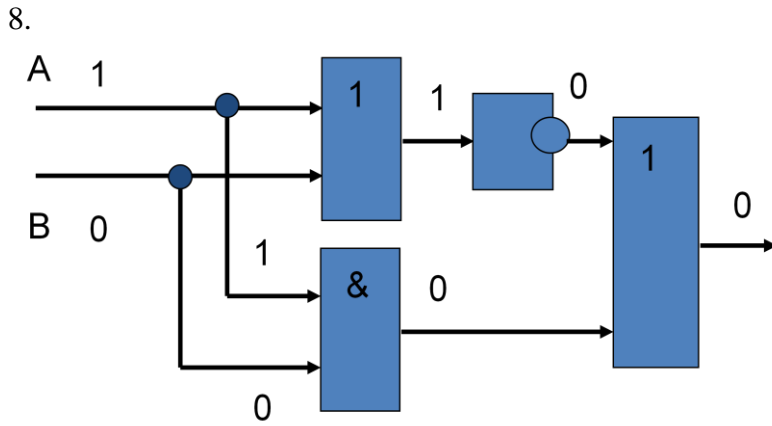
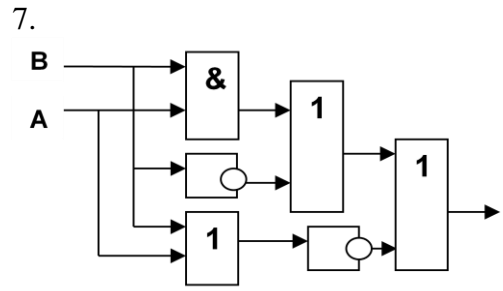
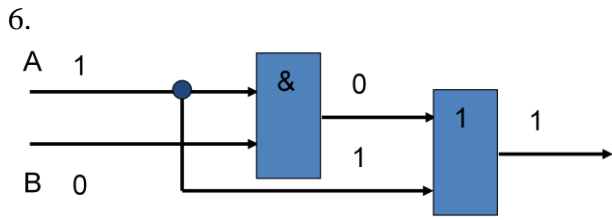
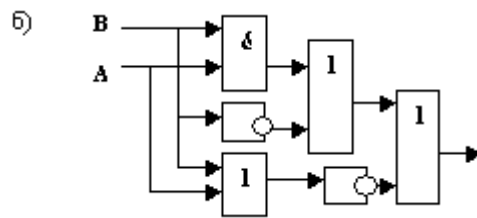
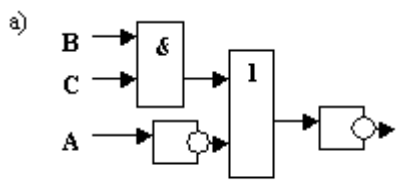
3.



4.



5.





### Использование переменных

1. Набрать программу по образцу:

<b>Var</b> x,y,z:integer;	{описание переменных}
<b>Begin</b>	{начало программы}
X:=13;	{задание значения x}
Y:=18;	{задание значения y}
Z:=x+ y;	{вычисление суммы}
Write(z);	{вывод результатов на экран}
<b>End.</b>	{конец программы}

Запустить программу несколько раз, подставляя различные числа. Убедиться, что вычисления выполняются правильно.

2. Изменить программу из №1 так, чтобы она суммировала три целых числа.  
3. Изменить программу из №1 так, чтобы она могла суммировать три действительных числа.  
4. Изменить программу из №1 так, чтобы кроме суммы трёх чисел она вычисляла и выводила на экран их произведение.  
5. Указать значения переменных после выполнения следующих команд:

а) a := 5	б) a := 7 ;	в) a := 2 ;
b := 5 - 5 * a	a := a - 4 ;	b := 2 + 4 ;
b := b / 2 * a	b := -a ;	b := 1 - b ;
	c := -a + 2 * b ;	c := -b + 3 * b ;
г) a := -3 ;	д) a := -5 ;	е) m := 67;
b := a + 3 ;	a := a - 4 ;	m := m + 13;
b := 1 - b ;	b := -a ;	n := m/4 - m/2;
c := -b + 3 * a ;	c := -a + 2 * b ;	c := m - n;

6. Определить, чему равны значения переменных  $x$  и  $y$  после выполнения следующих команд:

```
x:=2;  
y:=9;  
x:=y;  
y:=x;
```

7. Определить, какие значения приобретут переменные  $a$ ,  $b$ ,  $c$  после выполнения следующих команд, если начальные значения  $a=1$ ,  $b=2$ ,  $c=3$ ;

```
A:=b;  
B:=c;  
C:=a;
```

### Команды ввода и вывода

8. Определить, что будет выведено на экран после выполнения следующих команд:

```
a:=4;  
write(a);  
write('a');
```

9. Что будет выведено на экран после выполнения команды? Переменная  $a$  принимает значение, равное 5, а переменная  $b$  – значение 2.

Writeln('Сумма a и b=', a+ b);

10. Определить, что будет выведено на экране после выполнения фрагмента программы:

a:=12;

b:=7;

writeln('разность',a,'и',b,'равна', a-b);

11. Указать ошибку, допущенную в использовании команды:

read(x+ y, i);

12. Написать программу, которая выводит на экран три строки: «Я учусь программировать», «программировать очень интересно», «я стану программистом».

13. Дано трёхзначное число N. Составить программу, которая выводит числа N, N+1, N+2 лесенкой, например:

150

151

152

14. Дана сторона квадрата  $a$ . Найти его периметр  $P = 4 \cdot a$ .

15. Дана сторона квадрата  $a$ . Найти его площадь  $S = a^2$ .

16. Даны стороны прямоугольника  $a$  и  $b$ . Найти его площадь  $S = a \cdot b$  и периметр  $P = 2 \cdot (a + b)$ .

17. Даны два числа  $a$  и  $b$ . Найти их *среднее арифметическое*:  $(a + b)/2$ .

18. Даны два ненулевых числа. Найти сумму, разность, произведение и частное их квадратов.

19. Известно, что  $X$  кг конфет стоит  $A$  рублей. Определить, сколько стоит 1 кг и  $Y$  кг этих же конфет.

20. Известно, что  $X$  кг шоколадных конфет стоит  $A$  рублей, а  $Y$  кг ирисок стоит  $B$  рублей. Определить, сколько стоит 1 кг шоколадных конфет, 1 кг ирисок, а также во сколько раз шоколадные конфеты дороже ирисок.

## Стандартные функции

21. Дана длина ребра куба  $a$ . Найти объем куба  $V = a^3$  и площадь его поверхности  $S = 6 \cdot a^2$ .

22. Найти длину окружности  $L$  и площадь круга  $S$  заданного радиуса  $R$ :

$$L = 2 \cdot \pi \cdot R, S = \pi \cdot R^2.$$

В качестве значения  $\pi$  использовать 3.14.

23. Даны два неотрицательных числа  $a$  и  $b$ . Найти их *среднее геометрическое*, то есть квадратный корень из их произведения:  $(a \cdot b)^{1/2}$ .

24. Даны два ненулевых числа. Найти сумму, разность, произведение и частное их модулей.

25. Найти расстояние между двумя точками с заданными координатами  $x_1$  и  $x_2$  на числовой оси:

$$|x_2 - x_1|.$$

26. Найти значение функции  $y = 3x^6 - 6x^2 - 7$  при данном значении  $x$ .

27. Найти значение функции  $y = 4(x-3)^6 - 7(x-3)^3 + 2$  при данном значении  $x$ .

## Целые числа

28. Вычисли

а)  $20 \text{ div } 7$ ;

б)  $20 \text{ div } 5$ ;

в)  $2 \text{ div } 5$ ;

г)  $123 \text{ div } 0$ ;

д)  $13 \text{ div } 10$ ;

е)  $342 \text{ div } 100$ ;

ж)  $20 \text{ mod } 7$ ;

з)  $20 \text{ mod } 5$ ;

и)  $2 \text{ mod } 5$ ;

к)  $3 \text{ mod } 0$ ;

л)  $342 \text{ mod } 10$ ;

м)  $232 \text{ mod } 100$ ;

29. Определить, чему равны значения переменных  $a$  и  $b$ ,  $x$  и  $y$ ,  $c$  после выполнения последовательности действий:

а)  $x := 432$ ;

$y := x \text{ div } 100$ ;

$x := (x \text{ mod } 100) * 10$ ;

б)  $x := 4 + 8 * 3$ ;

$y := (x \text{ mod } 10) + 15$ ;

$x := (y \text{ div } 10) + 3$ ;

в)  $x := 8 + 2 * 5$ ;

$y := (x \text{ mod } 10) + 14$ ;

$x := (y \text{ div } 10) + 3$ ;

$$x := x + y;$$

$$c := x - y;$$

г)  $a := 6 * 12 + 3;$

д)  $a := 42;$

е)  $a := 6 * 12 + 3;$

$b := a \text{ div } 10 + 5;$

$b := 14;$

$b := (a \text{ div } 10) + 5;$

$a := b \text{ mod } 10 + 1;$

$a := a \text{ div } b;$

$a := (b \text{ mod } 10) + 1;$

$c := a * a + b * b - a / 2 * b;$

$b := a * b;$

$a := b \text{ div } a;$

**Все входные и выходные данные в следующих заданиях этой группы являются целыми числами. Все числа, для которых указано количество цифр (двузначное число, трехзначное число и т. д.), считаются положительными.**

30. Дано расстояние  $L$  в сантиметрах. Используя операцию деления нацело, найти количество полных метров в нем (1 метр = 100 см).
31. Дана масса  $M$  в килограммах. Используя операцию деления нацело, найти количество полных тонн в ней (1 тонна = 1000 кг).
32. Дан размер файла в байтах. Используя операцию деления нацело, найти количество полных килобайтов, которые занимает данный файл (1 килобайт = 1024 байта).
33. Даны целые положительные числа  $A$  и  $B$  ( $A > B$ ). На отрезке длины  $A$  размещено максимально возможное количество отрезков длины  $B$  (без наложений). Используя операцию деления нацело, найти количество отрезков  $B$ , размещенных на отрезке  $A$ .
34. Даны целые положительные числа  $A$  и  $B$  ( $A > B$ ). На отрезке длины  $A$  размещено максимально возможное количество отрезков длины  $B$  (без наложений). Используя операцию взятия остатка от деления нацело, найти длину незанятой части отрезка  $A$ .
35. Дано двузначное число. Вывести вначале его левую цифру (десятки), а затем — его правую цифру (единицы). Для нахождения десятков использовать операцию деления нацело, для нахождения единиц — операцию взятия остатка от деления.
36. Дано двузначное число. Найти сумму и произведение его цифр.
37. Дано двузначное число. Вывести число, полученное при перестановке цифр исходного числа.
38. Дано трехзначное число. Используя одну операцию деления нацело, вывести первую цифру данного числа (сотни).
39. Дано трехзначное число. Вывести вначале его последнюю цифру (единицы), а затем — его среднюю цифру (десятки).
40. Дано трехзначное число. Найти сумму и произведение его цифр.
41. Дано трехзначное число. Вывести число, полученное при прочтении исходного числа справа налево.
42. Дано трехзначное число. В нем зачеркнули первую слева цифру и приписали ее справа. Вывести полученное число.
43. Дано трехзначное число. В нем зачеркнули первую справа цифру и приписали ее слева. Вывести полученное число.
44. Дано трехзначное число. Вывести число, полученное при перестановке цифр сотен и десятков исходного числа (например, 123 перейдет в 213).
45. Дано трехзначное число. Вывести число, полученное при перестановке цифр десятков и единиц исходного числа (например, 123 перейдет в 132).
46. С начала суток прошло  $N$  секунд ( $N$  — целое). Найти количество полных минут, прошедших с начала суток.
47. С начала суток прошло  $N$  секунд ( $N$  — целое). Найти количество полных часов, прошедших с начала суток.

### **Простые и составные условия**

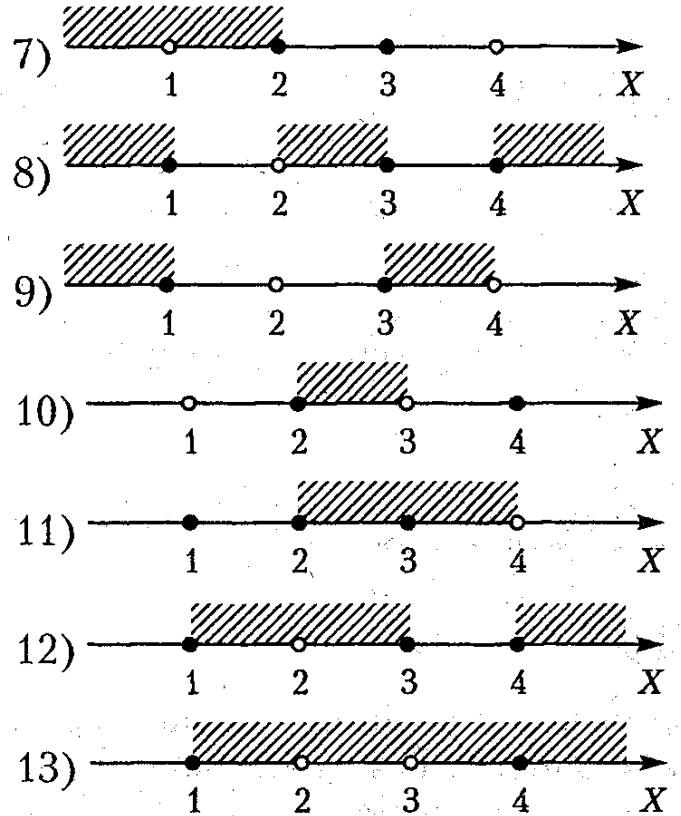
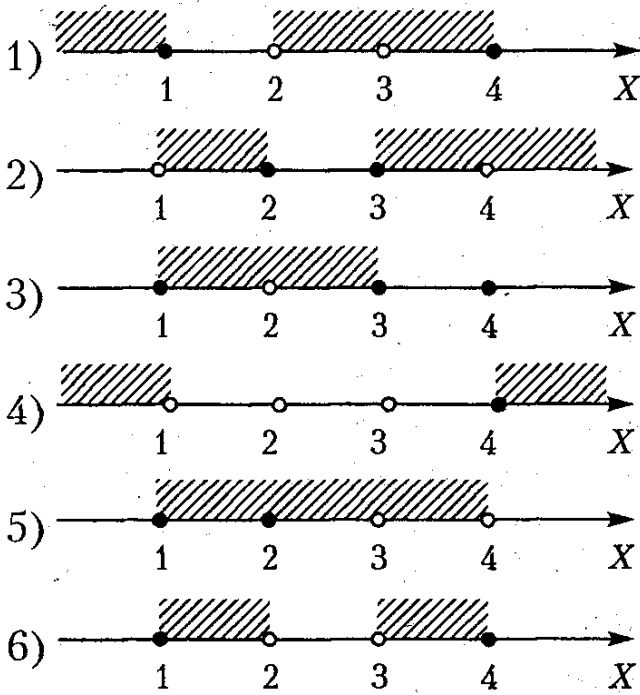
48. Установить, истинны или ложны следующие условия:
  - а)  $7 >= 7;$
  - б)  $0 < > 9;$

- в)  $\text{not}((6 < 4) \text{ and } (4 > 8))$ ;  
 г)  $(a \leq a + 1) \text{ or } (12 - 3 > 0)$ .

49. Известно, что  $a=3$ ,  $b=4$ ,  $c=2$ . Определить, чему равен результат вычисления логического выражения:

- а)  $(a < b) \text{ and } (a < c)$ ;  
 б)  $(a < b) \text{ or } (a < c)$ ;  
 в)  $\text{not} (a < c)$ ;

50. Запишите на языке Паскаль выражение, которое истинно, если переменная  $x$  принадлежит заштрихованной области:



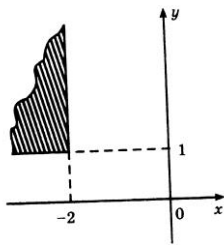
51. Запишите на языке Паскаль выражение, которое истинно, если переменная  $x$ :

- |  |   |
|--|---|
| 1) принадлежит области $[-1; 1] \cup [3; 5]$ ;                           | 8) не принадлежит области $[-4; 4] \cup [8; +\infty]$ ;                     |
| 2) не принадлежит области $[-1; 1] \cup [3; 5]$ ;                        | 9) принадлежит области $[-\infty; -5] \cup [-1; 1] \cup [5; +\infty]$ ;     |
| 3) принадлежит области $[-\infty; 1] \cup [2; 4] \cup [5; +\infty]$ ;    | 10) не принадлежит области $[-\infty; -5] \cup [-1; 1] \cup [5; +\infty]$ ; |
| 4) не принадлежит области $[-\infty; 1] \cup [2; 4] \cup [5; +\infty]$ ; | 11) принадлежит области $[-3; 2] \cup [4; 8]$ и не равна $\pm 1$ ;          |
| 5) принадлежит области $[-\infty; 0] \cup [1; 7]$ ;                      | 12) не принадлежит области $[-3; 2] \cup [4; 8]$ или равна 6;               |
| 6) не принадлежит области $[-\infty; 0] \cup [1; 7]$ ;                   | 13) принадлежит области $[-4; -3] \cup [1; 2] \cup [3; 4]$ .                |
| 7) принадлежит области $[-4; 4] \cup [8; +\infty]$ ;                     |   |

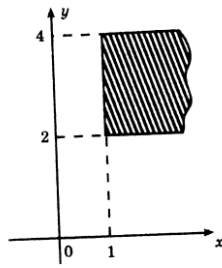
52. Запишите логическое выражение, истинное только при выполнении указанных условий:

- а)  $x$  лежит вне отрезка  $[a; b]$   
 б)  $x$  принадлежит отрезку  $(a; b)$   
 в) Число  $k$  кратно 7 и положительно. Число  $k$  является трехзначным числом, кратным 5.  
 г) Число  $k$  двузначное и неотрицательное.  
 д) Среди чисел  $a$ ,  $b$  и  $c$  есть хотя бы одно чётное число.  
 е) Среди чисел  $a$ ,  $b$  и  $c$  есть хотя бы одно число, кратное 5.  
 ж)  $x$  принадлежит отрезку  $[a; b]$  или отрезку  $[c; d]$ .

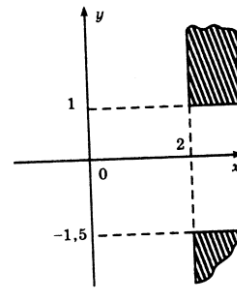
53. Записать условие, которое является истинным, когда точка с координатами  $(x; y)$  попадает в заштрихованные участки плоскости.



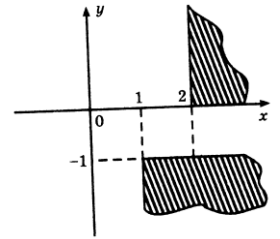
а)



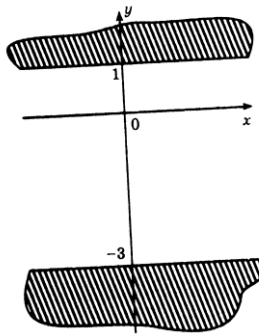
б)



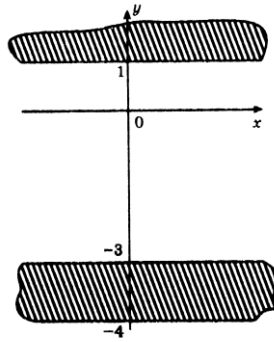
в)



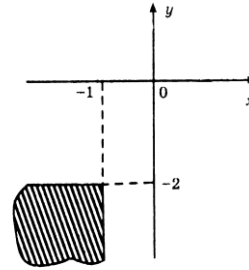
г)



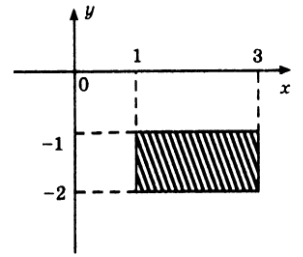
д)



е)



ж)



з)

## Ветвление и циклы

54. Определите значение переменной  $c$  после выполнения следующего фрагмента программы:

а)  $a := 30;$   
 $b := 6;$   
 $a := a / 2 * b;$   
 if  $a > b$  then  
 $c := a - 3 * b$   
 else  $c := a + 3 * b;$

б)  $a := 30;$   
 $b := 6;$   
 $a := a / 2 * b;$   
 if  $a > b$  then  
 $c := a - 3 * b$   
 else  
 $c := a + 3 * b;$

в)  $a := 30;$   
 $b := 6;$   
 $a := a / 2 * b;$   
 if  $a > b$  then  
 $c := a - 4 * b$   
 else  
 $c := a + 4 * b;$

г)  $a := 22;$   
 $b := 3;$   
 $a := -2 * b + a / 2;$   
 if  $a < b$  then  
 $c := 4 * b - 3 * a$   
 else  
 $c := 3 * a + 4 * b;$

д)  $a := 15;$   
 $b := 30;$   
 $b := a * 2 - b / 2;$   
 if  $a > b$  then  
 $c := 3 * b - a / 3$   
 else  
 $c := 3 * a - 4 * b;$

е)  $a := 30;$   
 $b := 10;$   
 $a := a / b * 2;$   
 if  $a > b$  then  
 $c := a - 4 * b$   
 else  
 $c := a + 4 * b;$

55. Дано целое число. Если оно является положительным, то прибавить к нему 1; в противном случае не изменять его. Вывести полученное число.

56. Дано целое число. Если оно является положительным, то прибавить к нему 1; в противном случае вычесть из него 2. Вывести полученное число.

57. Дано целое число. Если оно является положительным, то прибавить к нему 1; если отрицательным, то вычесть из него 2; если нулевым, то заменить его на 10. Вывести полученное число.

58. Даны три целых числа. Найти количество положительных чисел в исходном наборе.

59. Даны три целых числа. Найти количество положительных и количество отрицательных чисел в исходном наборе.

60. Даны два числа. Вывести большее из них.
61. Даны два числа. Вывести порядковый номер меньшего из них.
62. Даны два числа. Вывести вначале большее, а затем меньшее из них.
63. Даны две переменные целого типа:  $A$  и  $B$ . Если их значения не равны, то присвоить каждой переменной сумму этих значений, а если равны, то присвоить переменным нулевые значения. Вывести новые значения переменных  $A$  и  $B$ .
64. Даны две переменные целого типа:  $A$  и  $B$ . Если их значения не равны, то присвоить каждой переменной большее из этих значений, а если равны, то присвоить переменным нулевые значения. Вывести новые значения переменных  $A$  и  $B$ .
65. Для данного вещественного  $x$  найти значение следующей функции  $f$ , принимающей вещественные значения:

$$f(x) = \begin{cases} 2 \cdot \sin(x), & \text{если } x > 0, \\ 6 - x, & \text{если } x \leq 0. \end{cases}$$

66. Для данного целого  $x$  найти значение следующей функции  $f$ , принимающей значения целого типа:

$$f(x) = \begin{cases} 2 \cdot x, & \text{если } x < -2 \text{ или } x > 2, \\ -3 \cdot x & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

67. Для данного вещественного  $x$  найти значение следующей функции  $f$ , принимающей вещественные значения:

$$f(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } x \leq 0, \\ x^2, & \text{если } 0 < x < 2, \\ 4, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$$

68. Для данного вещественного  $x$  найти значение следующей функции  $f$ , принимающей значения целого типа:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ 1, & \text{если } x \text{ принадлежит } [0, 1), [2, 3), \dots, \\ -1, & \text{если } x \text{ принадлежит } [1, 2), [3, 4), \dots \end{cases}$$

69. Дано целое число. Вывести его строку-описание вида «отрицательное четное число», «нулевое число», «положительное нечетное число» и т. д.
70. Дано целое число, лежащее в диапазоне 1–999. Вывести его строку-описание вида «четное двузначное число», «нечетное трехзначное число» и т. д.

## **Оператор цикла For**

71. Определить, сколько раз выполнится цикл:
- for  $i:=2$  to 5 do  $k:=k+1$ ;
  - for  $i:=5$  to 5 do  $k:=k+1$ ;
  - for  $i:=6$  to 3 do  $k:=k+1$ ;
  - for  $i:=5$  downto 5 do  $k:=k+1$ ;
  - for  $i:=5$  downto 4 do  $k:=k+1$ ;
72. Дано натуральное число  $N$ . Написать программу, выводящую на экран последовательность натуральных чисел от 1 до  $N$ .
73. Дано натуральное число  $N$ . Написать программу, выводящую на экран последовательность натуральных чисел от  $N$  до 1.

74. Даны натуральные числа N и K. Написать программу, выводящую на экран последовательность из N чисел, каждое из которых равно K.
75. Даны натуральные числа A и B ( $B > A$ ). Написать программу, выводящую на экран последовательность натуральных чисел от A до B, включая A и B.
76. Даны натуральные числа A и B ( $B > A$ ). Написать программу, выводящую на экран последовательность натуральных чисел от A до B, не включая A и B.
77. Даны натуральные числа A и B ( $B < A$ ). Написать программу, выводящую на экран последовательность натуральных чисел от B до A, включая B и A.
78. Дано натуральное число N. Написать программу, выводящую на экран последовательность квадратов всех чисел от 1 до N.
79. Дано вещественное число – цена 1 кг конфет. Вывести стоимость 0,1, 0,2, ... 1 кг конфет.
80. Дано натуральное число N. Написать программу для нахождения суммы  $1+2+3+\dots+N$  (N слагаемых).
81. Дано натуральное число N. Написать программу для нахождения суммы  $0,1+0,2+0,3+\dots$  (N слагаемых).
82. Дано натуральное число N. Написать программу для нахождения суммы  $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{N}$ .
83. Дано натуральное число N. Написать программу для нахождения суммы  $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{N^2}$ .
84. Дано целое число N ( $N > 0$ ). Найти произведение  $1,1*1,2*1,3*\dots*(N \text{ множителей})$ .
85. Дано целое число N ( $N > 0$ ). Найти значение выражения  $1,1-1,2+1,3-\dots$  (N слагаемых, знаки чередуются). Условный оператор не использовать.
86. Даны вещественное число A и целое число N ( $N > 0$ ). Найти A в степени N:  $A^N = A \cdot A \cdot A \cdot \dots \cdot A$  (число A перемножается N раз).
87. Даны натуральное число N и последовательность из N целых чисел. написать программу, определяющую количество положительных чисел в последовательности.
88. Дана последовательность из N чисел. Написать программу для нахождения минимального числа последовательности и его номера.

### **Оператор цикла While, Repeat...until**

89. Определить, завершится ли когда-нибудь цикл с условием  $x*x + 1 > 0.8$
90. Определить, сколько раз выполнится следующий цикл:
  - а)  $k:=2;$   
while  $k < 4$  do  $k:=k+1;$
  - б)  $k:=3;$   
while  $k < 5$  do  $k:=k+1;$
  - в)  $k:=1;$   
while  $k < 3$  do  $k:=k+1;$
  - г)  $k:=1;$   
while  $k > 3$  do  $k:=k+1;$
91. Даны положительные числа A и B ( $A > B$ ). На отрезке длины A размещено максимально возможное количество отрезков длиной B (без наложений). Не используя операции умножения и деления, найти длину незанятой части отрезка A.
92. Даны положительные числа A и B ( $A > B$ ). На отрезке длины A размещено максимально возможное количество отрезков длиной B (без наложений). Не используя операции умножения и деления, найти количество отрезков B, размещённых на отрезке A.
93. Дано натуральное число N. Написать программу, подсчитывающую сумму чисел  $1+2+3+\dots+N$ , при условии, что N – нечётное.
94. Дано натуральное число N. Написать программу, выводящую последовательность чисел 1, 2,3, ..., N.
95. Дано натуральное число N. Написать программу, выводящую последовательность нечётных N чисел 1, 3, 5..., N.
96. Дано натуральное число N. Написать программу, выводящую степени двойки от первой до N-й 2, 4, 8, 16, ....

97. Дано  $N$  натуральных чисел. Написать программу, вычисляющую их среднее арифметическое. Число  $N$  выводится перед всеми остальными числами.
98. Дано натуральное число  $N$ . Написать программу вычисления суммы  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + N^2$ .
99. Найти все делители натурального числа  $n$ .
100. Составить программу нахождения НОД(наибольшего общего делителя) и НОК (наименьшего общего кратного) двух чисел  $a$  и  $b$ .
101. Найти наименьшее однозначное число  $x$  удовлетворяющее условию  $x*x*x-x*x=n$ .
102. Составить алгоритм нахождения суммы цифр числа
103. Дано натуральное число  $N$ . Найти количество цифр в числе.
104. Дано натуральное число  $N$ . Найти количество чётных цифр в числе.
105. Дано натуральное число  $N$ . Выяснить, сколько раз входит цифра 3 в запись числа  $N^2$ .
106. Найти сколько слагаемых необходимо, чтобы сумма  $2+4+6+\dots$  оказалась больше 100.
107. Найти сколько множителей необходимо, чтобы произведение  $2*4*6+\dots$  оказалась больше 100.
108. Определить, является ли натуральное число  $N$  степенью числа 5 или нет.
109. Определить, является ли натуральное число  $N$  степенью числа 3 или нет.
110. Дано число, определить является ли оно степенью двойки.
111. Определить наибольшую цифру среди цифр натурального числа  $N$ .

### **Алгоритмы с повторениями**

112. Среди двузначных чисел найти те, сумма квадратов цифр которых делится на заданное число  $n$ .
113. Написать программу поиска двузначных чисел, удовлетворяющих следующему условию: если к сумме цифр числа прибавить квадрат этой суммы, то получится само число.
114. Написать программу поиска трёхзначных чисел, квадрат которых оканчивается тремя цифрами, составляющими исходное число.
115. Написать программу поиска четырёхзначного числа, которое при делении на  $C$  даёт в остатке  $B$ , а при делении на  $B$  даёт в остатке  $D$ .
116. Найти сумму положительных нечётных чисел, меньших  $N$ .
117. Найти сумму целых положительных чисел из промежутка от  $A$  до  $B$ , кратных  $k$  (значения переменных  $A$  и  $B$  вводятся с клавиатуры).
118. Найти сумму целых положительных чисел, больших  $A$ , меньших  $B$ , кратных 3 и заканчивающихся на 2, 4 или 8.
119. В трёхзначном числе зачеркнули старшую цифру, когда полученное двузначное число умножили на 7, то получили данное число. Найти это число.
120. Сумма цифр трёхзначного числа кратна 7, само число также делится на 7. Найти все такие числа.
121. Среди четырёхзначных чисел выбрать те, у которых все четыре цифры различны.
122. Дано натуральное число. Найти все его делители и их сумму.
123. Среди двузначных чисел найти те, которые делятся на число  $q$ , а сумма их цифр равна  $n$  ( $0 < n \leq 18$ ).
124. Найти минимальное число, большее  $N$ , которое нацело делится на  $K$  ( $K, N$  - натуральные числа).
125. Приписать по цифре 1 в начало и в конец записи числа  $n$ . (Например, ввод  $n = 923$ , вывод 19231).
126. Поменять местами первую и последнюю цифры числа. (Например, ввод  $n = 9423$ , вывод 3429).
127. Приписать к исходному числу  $n$  такое же число. (Например, ввод  $n = 423$ , вывод 423423).
128. Выяснить, сколько раз в натуральном числе встречается его максимальная цифра. (Например, ввод 4423, вывод 2 раза; ввод 9077, вывод 1 раз).
129. Выяснить, является ли разность максимальной и минимальной цифр числа чётной.
130. Дано натуральное число  $n$ . Требуется выяснить, можно ли представить его в виде суммы квадратов трёх натуральных чисел? Если можно, то:
  - указать тройку  $x, y, z$  таких натуральных чисел, что  $x^2 + y^2 + z^2 = n$ ;
  - указать все тройки таких чисел, что  $x^2 + y^2 + z^2 = n$ .

## Одномерный массив

131. Имеется целочисленный массив, состоящий из 15 элементов. Найти минимальный элемент и его индекс.
132. В массиве хранится информация о количестве осадков (целые числа), выпавших за каждый день прошедшей недели. Вывести номера дней, когда осадков не было.
133. Дан массив целых чисел из  $n$  элементов. Найти и вывести номера элементов, заканчивающихся цифрой 0.
134. Рост  $N$  учеников класса представлен в виде массива. Найти количество учеников, рост которых не превышает значения  $R$ .
135. В массиве записаны результаты  $N$  игр футбольной команды (если игра закончилась выигрышем данной команды, то записано число 3, проигрышем - число 2, вничью - 1). Определить количество выигрышей, проигрышей, ничьих.
136. В массиве хранится информация о росте  $N$  человек. Определить, на сколько рост самого высокого человека превышает рост самого низкого.
137. В массиве хранится информация о стоимости 1 кг  $N$  видов конфет. Определить порядковый номер самого дешевого вида конфет. Если таких несколько, то должен быть найден индекс:
  - а) первого из них;
  - б) последнего из них.
138. В массиве хранится информация о стоимости каждой из  $M$  книг. Определить количество самых дешевых книг (с одинаковой минимальной ценой).

## Двумерный массив

139. Имеется целочисленный массив  $n \times m$  элементов. Найти номер строки с минимальной суммой модулей элементов.
140. Имеется целочисленный массив  $n \times m$  элементов. Найти индексы максимального элемента таблицы и значение максимума.
141. Имеется целочисленный массив  $n \times m$  элементов.
142. Каких элементов в массиве больше отрицательных или положительных?
143. Имеется целочисленный массив  $n \times m$  элементов. Сообщить есть ли в таблице отрицательные элементы.
144. Имеется целочисленный массив  $n \times m$  элементов. Найти среднее арифметическое элементов массива. Определить и вывести количество элементов массива, значение которых превышает это среднее значение.